

Министерство образования и науки РТ  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Ленинградский политехнический колледж»

## **КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для оценки результатов освоения учебной дисциплины

### **ОУД.013 МАТЕМАТИКА**

основной профессиональной образовательной программы  
по профессии/специальности СПО

#### **13.02.13 Эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям)**

**Квалификация:** техник

**Форма обучения:** очная

**Нормативный срок освоения ОПОП:** 3 года и 10 мес.  
на базе основного общего образования

2024 г.

Рассмотрена на заседании ПЦК  
общеобразовательных дисциплин  
Протокол № 4 от 10 апреля 2024 г.  
Председатель \_\_\_\_\_ Юсупова Г.М.

*Утверждаю*  
Заместитель директора по НМР  
\_\_\_\_\_ Н.Б.Щербакова  
« 11 » \_\_\_\_\_ 2024 г.

Комплект контрольно-оценочных средств учебной дисциплины разработан на основе Примерной программы дисциплины Математика для профессиональных образовательных организаций, рекомендованной Министерством просвещения РФ ФГБОУ ДПО Институт развития профессионального образования (ИРПО) для реализации образовательной программы СПО на базе основного общего образования в соответствии с ФГОС СОО по специальности среднего профессионального образования 13.02. Эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям).

Разработчик: Валеева Флюра Раилевна, преподаватель математики ГАПОУ «Лениногорский политехнический колледж»

<b>СОДЕРЖАНИЕ</b>	<b>стр.</b>
<b>I. Паспорт комплекта оценочных средств (КОС)</b>	<b>3</b>
1.1 Область применения	3
1.2 Результаты освоения учебной дисциплины	3
1.3 Формы контроля и оценивания результатов освоения учебной дисциплины	6
1.4 Организация контроля и оценки освоения программы УД	7
1.5 Материально-техническое обеспечение контрольно-оценочных процедур	10
<b>II. Комплект материалов для оценки освоения УД</b>	<b>11</b>
2.1 Оценочные средства для текущего контроля	11
2.2 Оценочные средства для рубежного контроля	16
2.3 Оценочные средства для итогового контроля (промежуточной аттестации)	21
<b>III. Оценочные средства</b>	<b>27</b>
Приложение 1. Текущий контроль.	27
Приложение 2. Рубежный контроль.	95
Приложение 3. Итоговый контроль (промежуточная аттестация)	118
Лист согласования	142

# **I. Паспорт комплекта оценочных средств (КОС)**

## **1.1 Область применения**

Комплект оценочных средств предназначен для контроля и оценки результатов освоения ОУД. 13 Математика основной профессиональной образовательной программы (далее - ОПОП) по специальности СПО специальности среднего профессионального образования 13.02.13 Эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям).

КОС включает контрольные материалы для проведения, текущего (рубежного) контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

КОС разработан в соответствии с Положением о разработке контрольно-оценочных средств, учебным планом, Примерной программы дисциплины Математика для профессиональных образовательных организаций, рекомендованной Министерством просвещения РФ ФГБОУ ДПО Институт развития профессионального образования (ИРПО) для реализации образовательной программы СПО на базе основного общего образования в соответствии с ФГОС СОО по специальности среднего профессионального образования 13.02.13 Эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям).

## **1.2. Результаты освоения учебной дисциплины**

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен:

### **Личностные:**

- осознание обучающимися российской гражданской идентичности;
- готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению;
- наличие мотивации к обучению и личностному развитию;
- целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, антикоррупционного мировоззрения, правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы;

### **Метапредметные:**

- освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные);
- способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории;

– овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;

**Предметные:**

– владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

– умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

– умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

– умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

– умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

– умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

– умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и

умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

– умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

– умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

– умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

– умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

– умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

– умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются общие компетенции (ОК):

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и

личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях.

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения.

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

Обучающийся, освоивший образовательную программу, должен обладать следующими профессиональными компетенциями:

ПК 1.1. Выполнять операции по техническому обслуживанию и ремонту электрического и электромеханического оборудования.

ПК 1.2. Проводить диагностику и испытания электрического и электромеханического оборудования.

ПК 1.3. Осуществлять оценку производственно-технических показателей работы электрического и электромеханического оборудования.

ПК 3.1. Проводить диагностику технического состояния электрического и электромеханического оборудования энергоустановок.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются личностные результаты (ЛР):

ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к труду человека, осознающий ценность собственного труда и труда других людей. Экономически активный, ориентированный на осознанный выбор сферы профессиональной деятельности с учетом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, российского общества. Выражающий осознанную готовность к получению профессионального образования, к непрерывному образованию в течение жизни Демонстрирующий позитивное отношение к регулированию трудовых отношений. Ориентированный на самообразование и профессиональную переподготовку в условиях смены технологического уклада и сопутствующих социальных перемен. Стремящийся к формированию в сетевой среде лично и профессионального конструктивного «цифрового следа».

### 1.3 Формы контроля и оценивания результатов освоения учебной дисциплины

Код результата	Формы
----------------	-------

обучения	текущего контроля	рубежного контроля	промежуточной аттестации
1	2	3	4
Личностные	устный опрос		
Метапредметные		тестирование	
Предметные		защита ПЗ	экзамен
ОК 01 – ОК 07	Устный опрос		
ПК 1.2, ПК 1.5, ПК 3.3		защита ПЗ	
ЛР 4			экзамен

#### 1.4 Организация контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

**Контроль и оценка** результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения аудиторных и практических занятий, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

##### Виды контроля:

Виды	Формы контроля	Критерии оценивания	
1	2	3	
Текущий	ПР	Оценка «отлично»	- работа выполнена полностью; - в теоретических выкладках решения нет пробелов и ошибок; - в тексте программы нет синтаксических ошибок (возможны одна-две различные неточности, опiski, не являющиеся следствием незнания или непонимания учебного материала)
		Оценка «хорошо»	- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); - допущена одна ошибка или два-три недочета в чертежах, выкладках или тексте программы.
		Оценка «удовлетворительно»	- допущены более одной ошибки или двух-трех недочетов в выкладках или программе, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.



		Оценка «неудовлетворительно»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере.</li> <li>- работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме.</li> </ul>
Рубежный	КР	Оценка «отлично»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся самостоятельно выполнил все этапы решения задач на ПК;</li> <li>- работа выполнена полностью и получен верный ответ или иное требуемое представление результата работы;</li> </ul>
		Оценка «хорошо»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа выполнена полностью, но при выполнении обнаружилось недостаточное владение навыками работы с ПК в рамках поставленной задачи;</li> <li>- правильно выполнена большая часть работы (свыше 85 %);</li> <li>- работа выполнена полностью, но использованы наименее оптимальные подходы к решению поставленной задачи.</li> </ul>
		Оценка «удовлетворительно»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа выполнена не полностью, допущено более трех ошибок, но учащийся владеет основными навыками работы на ПК, требуемыми для решения поставленной задачи.</li> </ul>
		Оценка «неудовлетворительно»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными знаниями, умениями и навыками работы на ПК или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.</li> <li>- работа показала полное отсутствие у учащихся обязательных знаний и навыков работы на ПК по проверяемой теме.</li> </ul>
Итоговый	Э	Оценка «отлично»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;</li> <li>- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую и специализированную терминологию и символику;</li> <li>- правильно выполнил чертежи и графики, сопутствующие ответу;</li> <li>- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными</li> </ul>

			<p>примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;</li> <li>- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя</li> </ul>
		Оценка «хорошо»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:</li> <li>- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие логического и информационного содержания ответа;</li> <li>- допущены один-два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию учителя;</li> <li>- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя</li> </ul>
		Оценка «удовлетворительно»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала, имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, чертежах и выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;</li> <li>- студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме,</li> <li>- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков</li> </ul>
		Оценка «неудовлетворительно»	<ul style="list-style-type: none"> <li>- не раскрыто основное содержание учебного материала;</li> <li>- обнаружено незнание или непонимание учеником большей или наиболее важной части учебного материала,</li> <li>- допущены ошибки в определении понятий, при использовании</li> </ul>

			терминологии, в чертежах, блок-схем и иных выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя - студент обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.
--	--	--	--

**Текущий** контроль успеваемости обучающихся – это систематическая проверка усвоения образовательных результатов, проводимая преподавателем на текущих занятиях согласно расписанию учебных занятий в соответствии с ОПОП по специальности.

**Рубежный контроль** – проверка усвоения образовательных результатов, проводимая преподавателем по завершению отдельного раздела учебной дисциплины.

**Промежуточная аттестация (итоговый контроль)** - проводится по окончании изучения дисциплины.

### 1.5 Материально-техническое обеспечение контрольно-оценочных процедур

Форма контроля	Перечень средств
Текущий	Модели, макеты, смарт доска, тренажеры, таблицы
Рубежный	Дидактические материалы, таблицы
Итоговый	Экзаменационный билеты

## II. Комплект материалов для оценки освоения УД

### 2.1 Оценочные средства для текущего контроля

Типы заданий для текущего контроля

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
<b>Раздел 1. Повторение курса математики основной школы</b>			
Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности.	РЗ		
Тема 1.2 Числа и вычисления. Выражения и преобразования		УО	
Тема 1.3 Геометрия на плоскости			ПЗ
Тема 1.4 Процентные вычисления		РЗ	
Тема 1.5 Уравнения и неравенства.	Т		
Тема 1.6 Системы уравнений и неравенств		Т	
Тема 1.7 Входной контроль			
<b>Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве.</b>			
Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей	РЗ		
Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей		Т	
Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	УО		
Тема 2.4. Теорема о трех перпендикулярах		Т	
Тема 2.5. Параллельные, перпендикулярные, скрещивающиеся прямые			ПЗ
Тема 2.6. Решение задач. Прямые и плоскости в пространстве		ГЗ	
<b>Раздел 3. Координаты и векторы</b>			
Тема 3.1 Декартовы координаты в			
Тема 3.2 Векторы в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов	РЗ		
Тема 3.3 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости			ПЗ

\*проектное задание, реферативное задание, расчетное задание, поисковое задание, аналитическое задание, графическое задание, задание на программирование, тест, экзаменационное задание, практическое задание (лабораторная, практическая работа), ролевое задание, исследовательское задание

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 3.4 Решение задач. Координаты и векторы			Т
<b>Раздел 4. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции</b>			
Тема 4.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа. Радианная и градусная мера угла		Т	
Тема 4.2 Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения			УО
Тема 4.3 Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла	УО		
Тема 4.4 Функции, их свойства. Способы задания функций		Т	
Тема 4.5 Тригонометрические функции, их свойства и графики		РЗ	
Тема 4.6 Преобразование графиков тригонометрических функций	УО		
Тема 4.7 Описание производственных			ПЗ
Тема 4.8 Обратные тригонометрические функции		Т	
Тема 4.9 Тригонометрические уравнения и неравенства	УО		
Тема 4.10 Системы тригонометрических уравнений		РЗ	
Тема 4.11 Решение задач. основы тригонометрии. Тригонометрические функции	УО		
<b>Раздел 5. Комплексные числа</b>			
Тема 5.1 Комплексные числа	РЗ		
Тема 5.2 Применение комплексных чисел			ПЗ
<b>Раздел 6. Производная функции, ее применение</b>			
Тема 6.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования		УО	
Тема 6.2 Производные суммы, разности произведения, частного	УО		
Тема 6.3 Производные тригонометрических функций. Производная сложной функции		РЗ	
Тема 6.4 Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов	ГЗ		
Тема 6.5 Геометрический и физический смысл производной			ГЗ

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 6.6 Физический смысл производной в профессиональных задачах			ПЗ
Тема 6.7 Монотонность функции. Точки экстремума		РЗ	
Тема 6.8 Исследование функций и построение графиков	РЗ		
Тема 6.9 Наибольшее и наименьшее значения функции			УО
Тема 6.10 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах		УО	
Тема 6.11 Решение задач. Производная функции, ее применение	УО		
<b>Раздел 7. Многогранники и тела вращения</b>			
Тема 7.1 Вершины, ребра, грани многогранника	РЗ		
Тема 7.2 Призма, ее составляющие, сечение. Прямая и правильная призмы		РЗ	
Тема 7.3 Параллелепипед, куб. Сечение куба, параллелепипеда	УО		
Тема 7.4 Пирамида, ее составляющие, сечение. Правильная пирамида. Усеченная пирамида			РЗ
Тема 7.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды		Т	
Тема 7.6 Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде	РЗ		
Тема 7.7 Примеры симметрий в профессии			УО
Тема 7.8 Правильные многогранники, их свойства		Т	
Тема 7.9 Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра		РЗ	
Тема 7.10 Конус, его составляющие. Сечение конуса			ПЗ
Тема 7.11 Усеченный конус. Сечение усеченного конуса	УО		
Тема 7.12 Шар и сфера, их сечения		РЗ	
Тема 7.13 Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел	РЗ		
Тема 7.14 Объемы и площади поверхностей тел			РЗ

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 7.15 Комбинации многогранников и тел вращения			ПЗ
Тема 7.16 Геометрические комбинации на практике		РЗ	
Тема 7.17 Решение задач. Многогранники и тела вращения	УО		
<b>Раздел 8. Первообразная функции, ее применение</b>			
Тема 8.1 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных			Т
Тема 8.2 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница	УО		
Тема 8.3 Неопределенный и определенный интегралы		Т	
Тема 8.4 Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции	РЗ		
Тема 8.5 Определенный интеграл в жизни			ПЗ
Тема 8.6 Решение задач. Первообразная функции, ее применение	УО		
<b>Раздел 9. Степени и корни. Степенная функции</b>			
Тема 9.1 Степенная функция, ее свойства.			Т
Тема 9.2 Преобразование выражений с корнями n-ой степени	РЗ		
Тема 9.3 Свойства степени с рациональным и действительным показателями			РЗ
Тема 9.4 Решение иррациональных уравнений		УО	
Тема 9.5 Степени и корни. Степенная функция	УО		
<b>Раздел 10. Показательная функция</b>			
Тема 10.1 Показательная функция, ее свойства.		УО	
Тема 10.2 Решение показательных уравнений и неравенств	РЗ		
Тема 10.3 Системы показательных уравнений		РЗ	
Тема 10.4 Решение задач. Показательная функция			РЗ
<b>Раздел 11. Логарифмы. Логарифмическая функция</b>			
Тема 11.1 Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e		РЗ	

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 11.2 Свойства логарифмов. Операция логарифмирования			Т
Тема 11.3 Логарифмическая функция, ее свойства		РЗ	
Тема 11.4 Решение логарифмических уравнений и неравенств	РЗ		
Тема 11.5 Системы логарифмических уравнений		Т	
Тема 11.6 Логарифмы в природе и технике			ПЗ
Тема 11.7 Решение задач. Логарифмы. Логарифмическая функция	УО		
<b>Раздел 12. Множества. Элементы теории графов</b>			
Тема 12.1 Множества	УО		
Тема 12.2 Операции с множествами			ПЗ
Тема 12.3 Графы		Т	
Тема 12.4 Решение задач. Множества, Графы и их	УО		
<b>Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</b>			
Тема 13.1 Основные понятия комбинаторики			РЗ
Тема 13.2 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей		РЗ	
Тема 13.3 Вероятность в профессиональных задачах			ПЗ
Тема 13.4 Дискретная случайная величина, закон ее распределения	УО		
Тема 13.5 Задачи математической статистики		РЗ	
Тема 13.6 Составление таблиц и диаграмм на практике	РЗ		
Тема 13.7 Решение задач. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	УО		
<b>Раздел 14. Уравнения и неравенства</b>			
Тема 14.1 Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения	РЗ		
Тема 14.2 Графический метод решения уравнений, неравенств		УО	
Тема 14.3 Уравнения и неравенства с модулем		РЗ	
Тема 14.4 Уравнения и неравенства с параметрами			РЗ



Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 14.5 Составление и решение профессиональных задач с помощью уравнений			ПЗ
Тема 14.6 Решение задач. Уравнения и неравенства	УО		

## 2.2 Оценочные средства для рубежного контроля

Типы заданий для рубежного контроля

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
<b>Раздел 1. Повторение курса математики основной школы</b>			
Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности.			
Тема 1.2 Числа и вычисления. Выражения и преобразования	КР		
Тема 1.3 Геометрия на плоскости		КР	
Тема 1.4 Процентные вычисления			
Тема 1.5 Уравнения и неравенства.			КР
Тема 1.6 Системы уравнений и неравенств			
Тема 1.7 Входной контроль		КР	
<b>Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве.</b>			
Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей	КР		
Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей			
Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей			КР
Тема 2.4. Теорема о трех перпендикулярах			
Тема 2.5. Параллельные, перпендикулярные, скрещивающиеся прямые		КР	
Тема 2.6. Решение задач. Прямые и плоскости в пространстве			КР

\*проектное задание, реферативное задание, расчетное задание, поисковое задание, аналитическое задание, графическое задание, задание на программирование, тест, экзаменационное задание, практическое задание (лабораторная, практическая работа), ролевое задание, исследовательское задание

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
<b>Раздел 3. Координаты и векторы</b>			
Тема 3.1 Декартовы координаты в	КР		
Тема 3.2 Векторы в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов		КР	
Тема 3.3 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости			КР
Тема 3.4 Решение задач. Координаты и векторы		КР	
<b>Раздел 4. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции</b>			
Тема 4.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа. Радианная и градусная мера угла			
Тема 4.2 Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения			
Тема 4.3 Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла			
Тема 4.4 Функции, их свойства. Способы задания функций			
Тема 4.5 Тригонометрические функции, их свойства и графики			
Тема 4.6 Преобразование графиков тригонометрических функций		КР	
Тема 4.7 Описание производственных			
Тема 4.8 Обратные тригонометрические функции			
Тема 4.9 Тригонометрические уравнения и неравенства		КР	
Тема 4.10 Системы тригонометрических уравнений			
Тема 4.11 Решение задач. основы тригонометрии. Тригонометрические функции			КР
<b>Раздел 5. Комплексные числа</b>			
Тема 5.1 Комплексные числа			
Тема 5.2 Применение комплексных чисел			
<b>Раздел 6. Производная функции, ее применение</b>			
Тема 6.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования	КР		
Тема 6.2 Производные суммы, разности произведения, частного			

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 6.3 Производные тригонометрических функций. Производная сложной функции			
Тема 6.4 Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов			
Тема 6.5 Геометрический и физический смысл производной			
Тема 6.6 Физический смысл производной в профессиональных задачах			
Тема 6.7 Монотонность функции. Точки экстремума			
Тема 6.8 Исследование функций и построение графиков		КР	
Тема 6.9 Наибольшее и наименьшее значения функции		КР	
Тема 6.10 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах			
Тема 6.11 Решение задач. Производная функции, ее применение			КР
<b>Раздел 7. Многогранники и тела вращения</b>			
Тема 7.1 Вершины, ребра, грани многогранника			
Тема 7.2 Призма, ее составляющие, сечение. Прямая и правильная призмы			
Тема 7.3 Параллелепипед, куб. Сечение куба, параллелепипеда			
Тема 7.4 Пирамида, ее составляющие, сечение. Правильная пирамида. Усеченная пирамида			
Тема 7.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды			
Тема 7.6 Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде			
Тема 7.7 Примеры симметрий в профессии			
Тема 7.8 Правильные многогранники, их свойства			
Тема 7.9 Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра			
Тема 7.10 Конус, его составляющие. Сечение конуса			

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 7.11 Усеченный конус. Сечение усеченного конуса			
Тема 7.12 Шар и сфера, их сечения			
Тема 7.13 Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел			КР
Тема 7.14 Объемы и площади поверхностей тел			КР
Тема 7.15 Комбинации многогранников и тел вращения			
Тема 7.16 Геометрические комбинации на практике			
Тема 7.17 Решение задач. Многогранники и тела вращения		КР	
<b>Раздел 8. Первообразная функции, ее применение</b>			
Тема 8.1 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных		КР	
Тема 8.2 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница			
Тема 8.3 Неопределенный и определенный интегралы			
Тема 8.4 Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции			
Тема 8.5 Определенный интеграл в жизни			
Тема 8.6 Решение задач. Первообразная функции, ее применение		КР	
<b>Раздел 9. Степени и корни. Степенная функции</b>			
Тема 9.1 Степенная функция, ее свойства.			
Тема 9.2 Преобразование выражений с корнями n-ой степени			
Тема 9.3 Свойства степени с рациональным и действительным показателями			
Тема 9.4 Решение иррациональных уравнений			
Тема 9.5 Степени и корни. Степенная функция			
<b>Раздел 10. Показательная функция</b>			
Тема 10.1 Показательная функция, ее свойства.			
Тема 10.2 Решение показательных уравнений и неравенств		КР	

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 10.3 Системы показательных уравнений		КР	
Тема 10.4 Решение задач. Показательная функция			КР
<b>Раздел 11. Логарифмы. Логарифмическая функция</b>			
Тема 11.1 Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число $e$			
Тема 11.2 Свойства логарифмов. Операция логарифмирования			
Тема 11.3 Логарифмическая функция, ее свойства			
Тема 11.4 Решение логарифмических уравнений и неравенств			
Тема 11.5 Системы логарифмических уравнений			
Тема 11.6 Логарифмы в природе и технике			
Тема 11.7 Решение задач. Логарифмы. Логарифмическая функция		КР	
<b>Раздел 12. Множества. Элементы теории графов</b>			
Тема 12.1 Множества			
Тема 12.2 Операции с множествами		КР	
Тема 12.3 Графы			
Тема 12.4 Решение задач. Множества, Графы и их			КР
<b>Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</b>			
Тема 13.1 Основные понятия комбинаторики			
Тема 13.2 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей			
Тема 13.3 Вероятность в профессиональных задачах			
Тема 13.4 Дискретная случайная величина, закон ее распределения			
Тема 13.5 Задачи математической статистики			
Тема 13.6 Составление таблиц и диаграмм на практике			
Тема 13.7 Решение задач. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей		КР	
<b>Раздел 14. Уравнения и неравенства</b>			
Тема 14.1 Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения			

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 14.2 Графический метод решения уравнений, неравенств			
Тема 14.3 Уравнения и неравенства с модулем		КР	
Тема 14.4 Уравнения и неравенства с параметрами			КР
Тема 14.5 Составление и решение профессиональных задач с помощью уравнений			
Тема 14.6 Решение задач. Уравнения и неравенства			КР

### 2.3 Оценочные средства для итогового контроля (промежуточной аттестации)

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
<b>Раздел 1. Повторение курса математики основной школы</b>			
Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности.	Э		Э
Тема 1.2 Числа и вычисления. Выражения и преобразования		Э	Э
Тема 1.3 Геометрия на плоскости	Э		Э
Тема 1.4 Процентные вычисления		Э	
Тема 1.5 Уравнения и неравенства.	Э		Э
Тема 1.6 Системы уравнений и неравенств		Э	Э
Тема 1.7 Входной контроль			Э
<b>Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве.</b>			
Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей		Э	Э
Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Э		Э
Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей			Э

\*проектное задание, реферативное задание, расчетное задание, поисковое задание, аналитическое задание, графическое задание, задание на программирование, тест, экзаменационное задание, практическое задание (лабораторная, практическая работа), ролевое задание, исследовательское задание

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 2.4. Теорема о трех перпендикулярах		Э	
Тема 2.5. Параллельные, перпендикулярные, скрещивающиеся прямые	Э		Э
Тема 2.6. Решение задач. Прямые и плоскости в пространстве			Э
<b>Раздел 3. Координаты и векторы</b>			
Тема 3.1 Декартовы координаты в пространстве	Э		
Тема 3.2 Векторы в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов		Э	Э
Тема 3.3 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости	Э		Э
Тема 3.4 Решение задач. Координаты и векторы			Э
<b>Раздел 4. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции</b>			
Тема 4.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа. Радианная и градусная мера угла	Э		Э
Тема 4.2 Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения		Э	Э
Тема 4.3 Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла	Э		Э
Тема 4.4 Функции, их свойства. Способы задания функций			Э
Тема 4.5 Тригонометрические функции, их свойства и графики		Э	Э
Тема 4.6 Преобразование графиков тригонометрических функций			Э
Тема 4.7 Описание производственных процессов	Э		Э
Тема 4.8 Обратные тригонометрические функции			Э
Тема 4.9 Тригонометрические уравнения и неравенства	Э		Э
Тема 4.10 Системы тригонометрических уравнений		Э	Э
Тема 4.11 Решение задач. основы тригонометрии. Тригонометрические функции			Э
<b>Раздел 5. Комплексные числа</b>			
Тема 5.1 Комплексные числа			Э
Тема 5.2 Применение комплексных чисел	Э		Э

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
<b>Раздел 6. Производная функции, ее применение</b>			
Тема 6.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования	Э		Э
Тема 6.2 Производные суммы, разности произведения, частного		Э	Э
Тема 6.3 Производные тригонометрических функций. Производная сложной функции	Э		Э
Тема 6.4 Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов			Э
Тема 6.5 Геометрический и физический смысл производной		Э	Э
Тема 6.6 Физический смысл производной в профессиональных задачах	Э		Э
Тема 6.7 Монотонность функции. Точки экстремума			Э
Тема 6.8 Исследование функций и построение графиков		Э	Э
Тема 6.9 Наибольшее и наименьшее значения функции	Э		Э
Тема 6.10 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах			Э
Тема 6.11 Решение задач. Производная функции, ее применение		Э	Э
<b>Раздел 7. Многогранники и тела вращения</b>			
Тема 7.1 Вершины, ребра, грани многогранника	Э		Э
Тема 7.2 Призма, ее составляющие, сечение. Прямая и правильная призма			Э
Тема 7.3 Параллелепипед, куб. Сечение куба, параллелепипеда		Э	Э
Тема 7.4 Пирамида, ее составляющие, сечение. Правильная пирамида. Усеченная пирамида	Э		Э
Тема 7.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды		Э	Э
Тема 7.6 Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде	Э		Э
Тема 7.7 Примеры симметрий в профессии		Э	Э



Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 7.8 Правильные многогранники, их свойства	Э		Э
Тема 7.9 Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра		Э	Э
Тема 7.10 Конус, его составляющие. Сечение конуса	Э		Э
Тема 7.11 Усеченный конус. Сечение усеченного конуса		Э	Э
Тема 7.12 Шар и сфера, их сечения	Э		Э
Тема 7.13 Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел	Э		Э
Тема 7.14 Объемы и площади поверхностей тел	Э		Э
Тема 7.15 Комбинации многогранников и тел вращения		Э	Э
Тема 7.16 Геометрические комбинации на практике	Э		Э
Тема 7.17 Решение задач. Многогранники и тела вращения		Э	Э
<b>Раздел 8. Первообразная функции, ее применение</b>			
Тема 8.1 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных	Э		Э
Тема 8.2 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница	Э	Э	Э
Тема 8.3 Неопределенный и определенный интегралы			Э
Тема 8.4 Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции		Э	Э
Тема 8.5 Определенный интеграл в жизни	Э		Э
Тема 8.6 Решение задач. Первообразная функции, ее применение		Э	Э
<b>Раздел 9. Степени и корни. Степенная функции</b>			
Тема 9.1 Степенная функция, ее свойства.			Э
Тема 9.2 Преобразование выражений с корнями n-ой степени	Э		Э
Тема 9.3 Свойства степени с рациональным и действительным показателями		Э	Э
Тема 9.4 Решение иррациональных уравнений			Э
Тема 9.5 Степени и корни. Степенная функция	Э		Э

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
<b>Раздел 10. Показательная функция</b>			
Тема 10.1 Показательная функция, ее свойства.			Э
Тема 10.2 Решение показательных уравнений и неравенств	Э		Э
Тема 10.3 Системы показательных уравнений		Э	Э
Тема 10.4 Решение задач. Показательная функция			Э
<b>Раздел 11. Логарифмы. Логарифмическая функция</b>			
Тема 11.1 Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e	Э		Э
Тема 11.2 Свойства логарифмов. Операция логарифмирования		Э	Э
Тема 11.3 Логарифмическая функция, ее свойства	Э		Э
Тема 11.4 Решение логарифмических уравнений и неравенств		Э	Э
Тема 11.5 Системы логарифмических уравнений	Э		Э
Тема 11.6 Логарифмы в природе и технике		Э	Э
Тема 11.7 Решение задач. Логарифмы. Логарифмическая функция	Э		Э
<b>Раздел 12. Множества. Элементы теории графов</b>			
Тема 12.1 Множества		Э	Э
Тема 12.2 Операции с множествами	Э		Э
Тема 12.3 Графы			Э
Тема 12.4 Решение задач. Множества, Графы и их применение	Э		Э
<b>Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</b>			
Тема 13.1 Основные понятия комбинаторики	Э		Э
Тема 13.2 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей	Э		Э
Тема 13.3 Вероятность в профессиональных задачах		Э	Э
Тема 13.4 Дискретная случайная величина, закон ее распределения	Э		Э
Тема 13.5 Задачи математической статистики		Э	Э
Тема 13.6 Составление таблиц и диаграмм на практике			Э

Разделы/ темы по программе УД	Тип задания*		
	Личностные	Метапредметные	Предметные
Тема 13.7 Решение задач. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей			Э
<b>Раздел 14. Уравнения и неравенства</b>			
Тема 14.1 Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения	Э		Э
Тема 14.2 Графический метод решения уравнений, неравенств		Э	Э
Тема 14.3 Уравнения и неравенства с модулем	Э		Э
Тема 14.4 Уравнения и неравенства с параметрами		Э	Э
Тема 14.5 Составление и решение профессиональных задач с помощью уравнений	Э		Э
Тема 14.6 Решение задач. Уравнения и неравенства	Э		Э

### III Оценочные средства

#### Приложение 1. Текущий контроль

#### Практическая работа профессионально-ориентированного содержания № 1 Тема: Виды фигур и их площадь

##### Цель:

1. Овладение основными практическими навыками решения задач на площади фигур.
2. Приобрести практический навык чтения и построения чертежей (решение таких задач не возможно без знания определенных понятий геометрии: расстояние между точками, длина отрезка, параллельность и перпендикулярность прямых, окружность, радиус и диаметр, сечения, симметрии, понятия фигур и их площади и др.) для использования их в практической деятельности.

##### Практическая часть:

1. Разберите задачу. Под руководством преподавателя выполните чертеж. Последовательно запишите в тетрадь свои рассуждения и решение задачи. Запишите ответ.

##### Задача 1:

Сварщику необходимо изготовить бункер, имеющий форму правильной четырехугольной призмы (без верхнего основания), длина стороны основания которого равна 1,2 м, высота – 2,4 м. Сколько стали необходимо для выполнения работы? (Прим.: на швы следует добавить 3% материала).

##### Решение:

Для решения данной задачи понадобятся знания по геометрии: определение и свойства фигур, формула нахождения полной поверхности призмы; по алгебре умения находить % от числа и оперировать с десятичными дробями.

$$S = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн.}}$$

Основание призмы — квадрат с площадью  $S_{\text{осн}} = a^2$ . Площадь боковой поверхности  $S_{\text{бок}} = p \cdot l = 4ab$ . Так что  $S = a^2 + 4ab$  (без учета верхнего основания)  $S = a^2 + 4ab = 2,44 + 11,52 = 13,96 \text{ м}^2$   
 $3\% = 0,03$

$$S = 13,96 \times 0,03 = 0,42 \text{ м}^2 \quad S = 13,96 + 0,42 = 14,38 \text{ м}^2$$

Ответ:  $14,38 \text{ м}^2$  стали потребуются с учетом швов.

##### Задача 2:

Сварщику необходимо изготовить бак, имеющий форму параллелепипеда с основанием  $1,4 \times 2,2 \text{ м}$ , чтобы он вмещал 2 т воды. Какова должны быть высота бака? (плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ ).

Для решения задачи понадобятся знания по геометрии: определение и свойства параллелепипеда; формула нахождения его объема; формула нахождения объема по массе и плотности; по алгебре - умения выполнять действия с десятичными дробями.

**Решение:**

Формула объема параллелепипеда  $V = S_o \cdot h$

$V = m/\rho$  (масса / плотность) =  $2000 / 1000 = 2 \text{ м}^3$   $S_o = 1.4 \cdot 2.2 = 3,08 \text{ м}^2$

$h = 3,08/2 = 0,65$  ( м) - высота бака

Ответ: 0,65 м должна быть высота бака.

Самостоятельно решите в тетради по вариантам:

**I вариант:**

1. Сварщику необходимо изготовить цистерну цилиндрической формы, высота которой – 3 м, радиус основания – 1,5 м. Вычислить сколько электродов необходимо для сварки, если на 1 м расходуется 4 электрода, а масса одного электрода 60 г. Вычислить стоимость электродов, если 1 кг их стоит 30 рублей.

2. Найти длину проволоки, которая потребуется на изготовление (путем сварки) каркасной модели прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 30, 40 и 50 мм. На швы и на отходы необходимо добавить 3 % материала.

3. Сколько квадратных метров листовой жести пойдет на изготовление трубы длиной 4 м и диаметром 20 см, если на швы необходимо добавить 2,5% площади ее боковой поверхности?

4. Рассчитать расход бетона для устройства фундамента под колонну стаканного типа высотой 0,9 метра, стороной нижнего основания 1 метр, стороной верхнего основания 0,8 метра. Колонна представляет собой правильную четырехугольную призму со стороной 0,5 метра и устанавливается в фундамент на глубину 0,5 метра. 5\*. Каков должен быть наименьший диаметр заготовки, чтобы ее можно было обточить под шестигранник, площадь поперечного сечения которого равна 1142 квмм?

6\*. В некотором механизме три шестеренки разных диаметров связаны между собой так, что большая из них касается обеих меньших причем все три шестеренки вместе имеют 60 зубцов. Когда большая шестеренка до полных четырех оборотов не доходит на 20 зубцов, вторая и третья делают соответственно 5 и 10 полных оборотов. Сколько зубцов имеет каждая шестеренка в отдельности?

**II вариант:**

1. Расстояние между параллельными гранями шестигранной головки болта, верхнее основание которого имеет форму правильного шестиугольника, равно 1,5 см. Найдите площадь верхнего основания.

2. Какой толщины слой нужно снять с круглой медной проволоки, имеющей площадь сечения 314 кв.мм, чтобы она проходила сквозь отверстие диаметром 18,5 мм?

3. Имеются три стальных прутка диаметром 24,25 и 26 мм. Какой из них надо выбрать, чтобы его конец можно было опилить в виде правильного треугольника со стороной 22 мм.

4. Рассчитать количество каменной декоративной штукатурки для высококачественного оштукатуривания боковой поверхности постаментов.

Расход раствора для декоративной штукатурки

0,02 м<sup>3</sup> на один квадратный метр.

5\*. Сколько квадратных метров латунного листа потребуется, чтобы сделать рупор, у которого диаметр одного конца 0,43 м, другого конца 0,036 м и образующая 1,42 м?

6\*. Коническая крыша силосной башни имеет диаметр 6 м и высоту 2 м. Сколько листов кровельного железа потребуется для этой крыши, если размер листа 0,7 х 1,4 м, а на швы и обрезки тратится 10% от площади крыши.

**Дополнительная задача (уровень Б):**

На конкурс предоставлено два проекта парников: одного в форме прямоугольного параллелепипеда, другого – в форме полуцилиндра. Определить, какой из них более экономичен по расходу пленочного материала на покрытие, если полезная площадь парников одинакова и равна 10х8 м<sup>2</sup>, а высота каждого 2 м.

### **Практическая работа**

#### **профессионально-ориентированного содержания №2**

**Тема: Прямые и плоскости в пространстве**

**Цель работы:** приобрести практические навыки решения задач на прямые и плоскости в пространстве.

Пример: при изготовлении качелей необходимо знать взаимное расположение прямых в пространстве...

**Практическая часть:** решите задачи в тетради (работа в парах)

1. От столба к дому натянута проволока длиной 17 м, которая закреплена на стене дома на высоте 4 м от земли (см. рис.). Найдите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 15 м. Ответ дайте в метрах.

2. На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 1,8 м, если длина его тени равна 1 м, а высота фонаря равна 9 м?

3. На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 1,8 м, если длина его тени равна 9 м, высота фонаря 5 м?

4. Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту  $l$  этого столба, если наименьшая высота  $h_1$  перил относительно земли равна 1,5 м, а наибольшая  $h_2$  равна 2,5 м. Ответ дайте в метрах.

5. Детская горка укреплена вертикальным столбом, расположенным посередине спуска. Найдите высоту  $l$  этого столба, если высота  $h$  горки равна 2 метрам. Ответ дайте в метрах.

Сделайте вывод:

### **Практическая работа**

#### **профессионально-ориентированного содержания №3**

**Тема: Вычисление расстояний и площадей на плоскости**

**Цель:** выявить взаимосвязь свойств между геометрическими фигурами, расстояниями их элементов, сформулировать представление об объективности математических отношений, расширить геометрический кругозор.

**Практическая часть:**

1. Разберите задачи. Под руководством преподавателя выполните чертеж. Последовательно запишите в тетрадь свои рассуждения и решение задачи. Запишите ответ.

### Задача 1

Участок земли имеет прямоугольную форму. Стороны прямоугольника равны 25 м и 50 м. Найдите длину забора, которым нужно огородить участок, предусмотрев проезд шириной 3 м. Ответ дайте в метрах.



### Решение:

Забор представляет собой прямоугольник с отсутствующим кусочком на одной из сторон. Периметр данного прямоугольника без учёта проёма: м. Учитывая длину проёма, получим, что длина забора: м.

Ответ: 147

### Задача 2

Масштаб карты такой, что в одном сантиметре 12 км. Чему равно расстояние между городами А и В (в км), если на карте оно составляет 4 см?

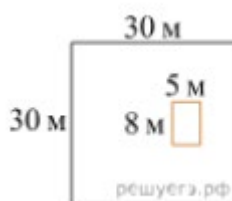
### Решение:

Расстояние между городами равно  $4 \cdot 12 = 48$  км.

### Задача 3

От Дачный участок имеет форму квадрата, стороны которого равны 30 м. Размеры дома, расположенного на участке и имеющего форму прямоугольника, —  $8 \text{ м} \times 5 \text{ м}$ .

Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в квадратных метрах.вет: 48.



### Решение:

Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому площадь участка равна  $30 \cdot 30 = 900$  кв. м. Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину, поэтому площадь дома равна  $8 \cdot 5 = 40$  кв. м. Тем самым, площадь участка, незанятого домом равна  $900 - 40 = 860$  кв. м.

Ответ: 860.

### Задача 4

Электрику ростом 1,8 метра нужно поменять лампочку, закреплённую на стене дома на высоте 4,2 м. Для этого у него есть лестница длиной 3 метра. На каком наибольшем расстоянии от стены должен быть установлен нижний конец лестницы, чтобы с последней ступеньки электрик дотянулся до лампочки? Ответ запишите в метрах.

**Решение.** Чтобы дотянуться до лампочки, электрику необходимо подняться на высоту  $4,2 - 1,8 = 2,4$  м.

Примечание: Электрик сможет заменить лампочку только в том случае, если она будет закреплена на высоте, не превышающей его рост.

Решение:

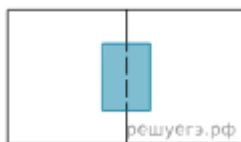
Найдём расстояние от стены, на котором должен быть установлен нижний конец лестницы:

Ответ: 1,8.

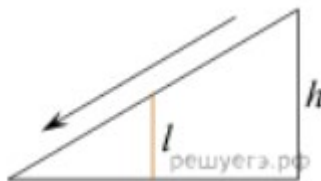
Самостоятельно решите в тетради по вариантам:

### I вариант:

1. Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 20 м на 30 м с общей границей, договорились и сделали общий прямоугольный пруд размером 10 м на 14 м (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?



2. Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту  $l$  этого столба, если высота горки  $h$  равна 4,2 м. Ответ дайте в метрах.

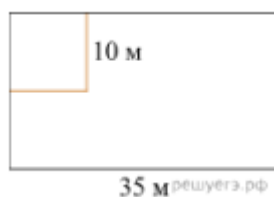


3. Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 15 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3 м и 2,7 м?

4. Пол комнаты, имеющий форму прямоугольника со сторонами 5,5 м и 6 м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета равна 30 см, а ширина - 5 см. Сколько потребуется таких дощечек для покрытия пола?

### II вариант:

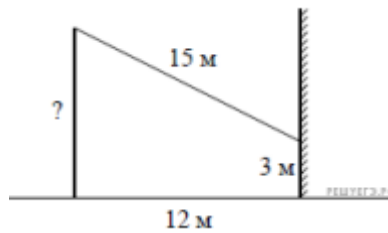
1. Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 35 м и 20 м. Хозяин планирует обнести его изгородью и отгородить такой же изгородью квадратный участок со стороной 10 м (см. рис.). Найдите суммарную длину изгороди в метрах.



2. От столба к дому натянута проволока длиной 15 м, который закреплён на стене дома на высоте 3 м от земли (см. рис.). Найдите высоту столба, если



расстояние от дома до столба равно 12 м. Ответ дайте в метрах.

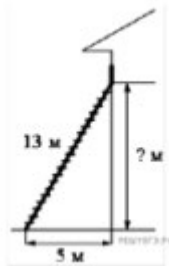


3. Масштаб карты такой, что в одном сантиметре 2,5 км. Чему равно расстояние между городами А и В (в км), если на карте оно составляет 12 см?

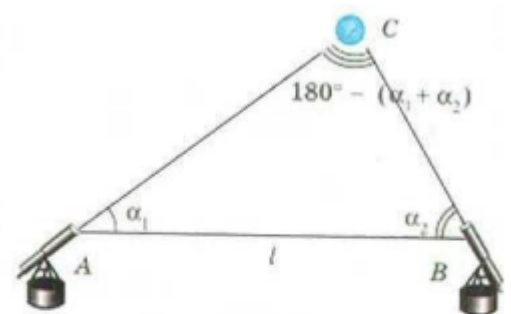
4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна 0,15 кв.м. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Дополнительные задачи:

1. Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну дома (см. рис.). Нижний конец лестницы отстоит от стены дома на 5 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



2. Квартира состоит из двух комнат, кухни, коридора и санузла (см. чертёж). Кухня имеет размеры 3,5 м на 3,5 м, вторая комната — 3,5 м на 4 м, санузел имеет размеры 1,5 м на 1,5 м, длина коридора 11 м. Найдите площадь первой комнаты (в квадратных метрах).

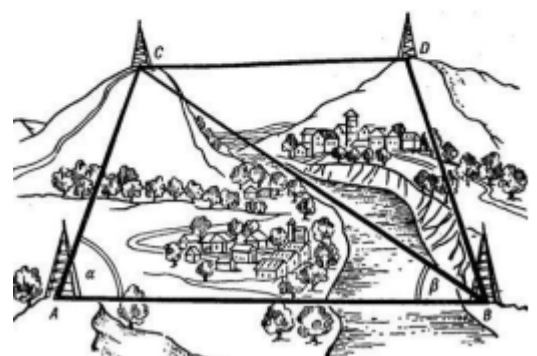


### Практическая работа профессионально-ориентированного содержания № 4

**Тема:** Использование свойств  
тригонометрических функций в  
профессиональных задачах

**Цель:**

1. Рассмотреть области применения



знаний тригонометрии, решив ряд практических задач.

2. Развить навыки работы с тригонометрическими функциями.

### Практическая часть:

Тригонометрические вычисления нашли свое применение почти во всех областях геометрии, физики и инженерного дела, в армии и навигации, строительстве. С помощью тригонометрии можно измерять расстояния между звездами, между ориентирами в географии, производить контроль над системами навигации спутников.

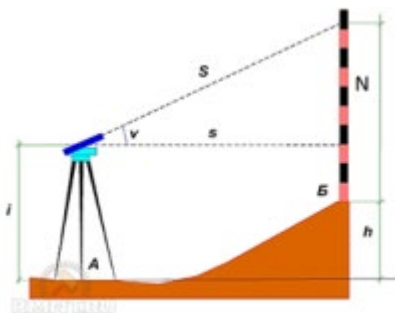
Для этого используют метод триангуляции – это тригонометрическая операция для определения местоположения по двум точкам, находящимся на известном расстоянии друг от друга. Это метод измерения расстояний с использованием треугольников. Служит для обоснования геодезических работ при строительстве крупных инженерных сооружений, создания точных карт. Вершины треугольников обозначают на местности деревянными или металлическими вышками высотой от 6 до 55м (Приложение 2) в зависимости от условий местности.

По известному расстоянию (AB) и углам  $\alpha$ ,  $\beta$  по теореме синусов определяют сторону BC. Продолжая измерения, покрывают Землю сетью треугольников. Так можно вычислить расстояние между любыми двумя точками на поверхности Земли. Обычно этим занимаются **геодезисты**.

Геодезисты имеют специальные инструменты для точного измерения углов. При помощи синусов и косинусов углы можно превратить в длины или координаты точек на земной поверхности. Чаще всего им приходится определять разницу высот между точками земной поверхности – нивелировать. Принцип тригонометрического нивелирования подразумевает использование теодолита или тахеометра. В этом случае измеряется угол от горизонтальной плоскости до верха рейки или недоступного объекта  $v$ . Формула для определения высоты получена из прямоугольного треугольника с использованием определения тангенса или синуса:

$h = s \cdot \operatorname{tg} v + i - N$  или  $h = S \cdot \sin v + i - N$ , где  $v$  — угол наклона луча,  $s$  — горизонтальное положение линии,  $S$  — длина визирной линии,  $i$  — высота инструмента, а  $N$  — высота здания или другого объекта.

Например, (уровень C): Определите разницу высот  $h$ , если высота инструмента  $i = 2$  м, высота здания  $N = 4$  м, длина визирной линии  $S = 10$  м, а угол наклона луча  $v = 27^\circ$



Решение:  $h = S \cdot \sin v + i - N = 10 \cdot \sin 27^\circ + 2 - 4 = 10 \cdot 0,35 + 2 - 4 = 1,5$ м.

Математика дает **артиллеристам** все формулы, нужные для расчетов.

На рисунке показано взаимное расположение батареи Б, наблюдательного пункта К и цели Ц. Для того чтобы попасть в цель, необходимы точные расчеты.

С помощью приборов командир с пункта наблюдения К определяет расстояния до цели КЦ и до батареи КБ, угол ЦКБ и, соответственно,  $\angle АКБ = \alpha$ .

Используя теоремы косинусов и синусов, определяем дальность до цели БЦ и

$$\Delta ЦКБ : ЦБ^2 = ЦК^2 + КБ^2 - ЦК \cdot КБ \cdot \cos \angle ЦКБ$$

$$\frac{ЦК}{\sin \angle КБЦ} = \frac{ЦБ}{\sin \angle ЦКБ} \Rightarrow \sin \angle ЦКБ = \frac{ЦК \cdot \sin \angle КБЦ}{ЦБ}$$

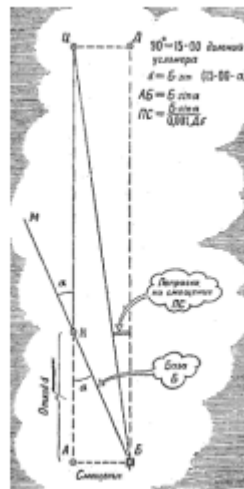
$$\angle ЦКБ = \arcsin \frac{ЦК \cdot \sin \angle КБЦ}{ЦБ}$$

установки угломера из  $\Delta АКБ : \angle АКБ = 90^\circ - \alpha$

Тогда прицел равен  $\angle АБЦ = \angle АКБ + \angle КБЦ$

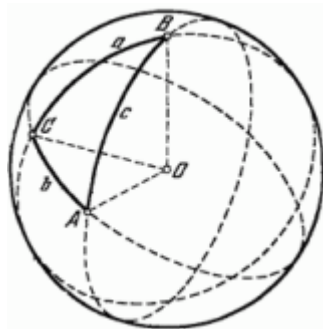
Этот способ не является идеально точным. Его артиллеристы применяют лишь тогда, когда важнее всего простота и скорость решения задачи, точностью же можно пренебречь. Для высокой точности стрельбы артиллеристы выполняют аналитический расчет дальности и угломера по более точным и сложным формулам.

Тригонометрия и таблицы логарифмов позволяют с очень большой точностью рассчитать установку угломера и дальность до цели.



Для полного же понимания теории стрельбы и науки о полете снаряда – баллистики – надо знать всю высшую математику.

### Астрономия

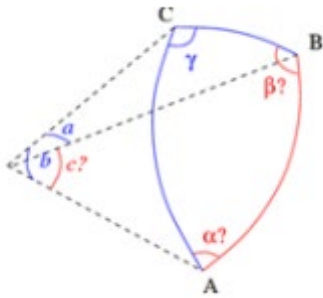


В астрономии работают не с плоскими треугольниками, а со сферическими. Стороны сферического треугольника измеряют не линейными единицами, а величинами дуг, то есть величинами центральных углов, опирающихся на эти дуги.

Астрономы определяют высоту и азимут небесного светила по его склонению и часовому углу.

С точки зрения тригонометрии, определяют сторону сферического треугольника по другим двум сторонам и противолежащему

углу.



Если известны стороны  $a$ ,  $b$  и угол между ними  $\gamma$ , тогда сторона  $c$  находится по теореме косинусов

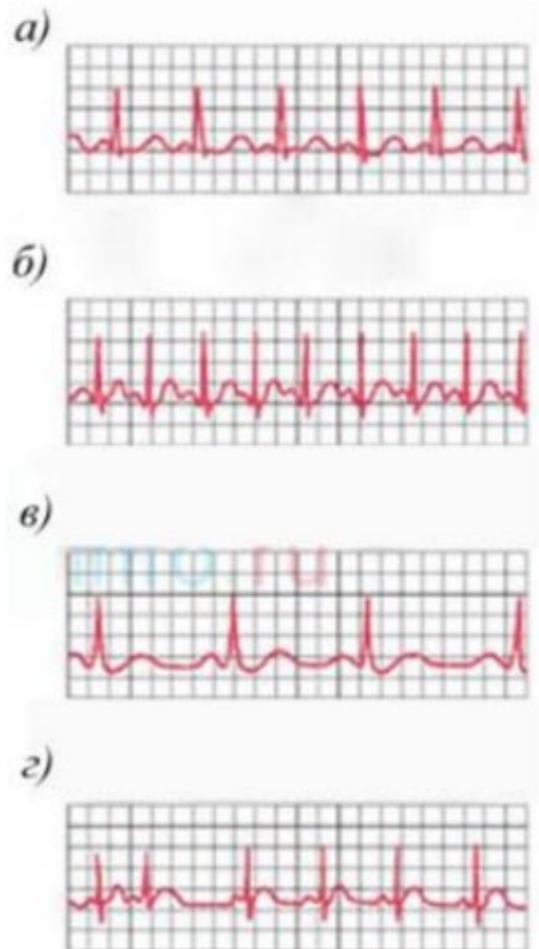
$$c = \arccos(\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma),$$

а углы  $\alpha$ ,  $\beta$  по формулам Непера:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2 \sin a}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \sin(b+a) + \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \sin(b-a)}; \quad \beta = \operatorname{arctg} \frac{2 \sin b}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \sin(a+b) + \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \sin(a-b)}$$

Очень часто в жизни приходится сталкиваться с периодическими процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени. Эти процессы называются колебательными: биение сердца, дыхательные движения грудной клетки, шаги ног при ходьбе, движение иглы швейной машины, прыжки на батуте, движение качелей, колебание поплавка на воде движение крыльев стрекозы, рессоры вагона и др. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям и описываются тригонометрическими функциями. Модель биоритмов и в **медицине**, и в **биологии** можно построить с помощью графиков тригонометрических функций. ЭКГ – это не только современный, но и наиболее доступный метод определения характеристик активности сердца.

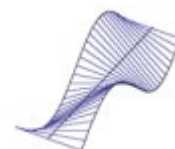
Человеческое тело обладает электропроводимостью, поэтому биотоки сердца могут проецироваться на его поверхность и записываться при помощи аппаратов ЭКГ. С точки зрения физики, электрокардиограмма – это регистрация электрических сигналов, которая ведется с нескольких участков сердечной мышцы. Для этого на определенные точки тела крепят пластины, передающие сигналы на аппарат ЭКГ. Все полученные электрические сигналы преобразуются в графическую



информацию и наносятся на специальную ленту. Таким образом, весь процесс работы сердца мы видим, как кривую с выраженными зубцами. Когда кровь течет к электродойку, то кривая находится выше горизонтальной оси, если от пластины, то кривая ниже оси. От этого она похожа на синусоиду. На рисунке представлены примеры нормального ритма сердца (а), тахикардии (б), брадикардии (в) и нерегулярного ритма (аритмии) взрослого человека (г).

Косинусы и синусы нужны также **электротехникам**. С их помощью можно рассчитать, на сколько изменится сила тока через определенное время. Без них невозможно разделить круг на равные сектора — это умение может пригодиться в самых разных областях жизни: **от рисования и дизайна до раскраивания ткани или строительных материалов**.

Широко используется тригонометрия в **строительстве**, особенно в **архитектуре**. Именно с помощью тригонометрии проходит большинство композиционных решений. Поверхность



$$z = kx \sin \frac{y}{a}; k = a = 1$$



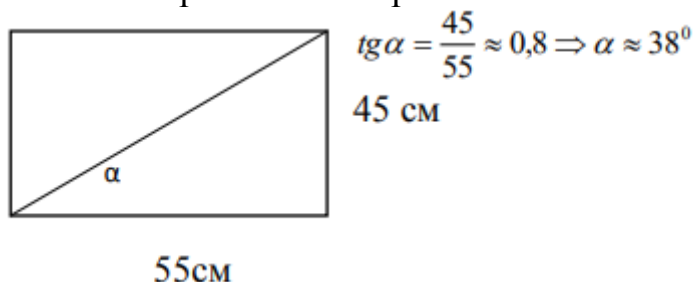
Рис. Детская школа Гауди в Барселоне    Рис. Винодельня «Бодегас Исиос»

## 2. Решизадачи под руководством преподавателя (форма «Дискуссия», «Открытый стол»)

### З,адача 1 (уровень А-Б): Новый телевизор

У бабушки сломался телевизор со стеклянным экраном и электронно-лучевой трубкой. Решили купить новый, жидкокристаллический. Старый телевизор был 29 дюймов (  $\approx 70\text{см}$  ), 29 дюймов по диагонали сейчас не делают, возьмем 32 (  $\approx 80\text{см}$  ), пусть бабушка порадует. Приносим подарок, включаем, а бабушка и говорит: «Ой, маленький какой-то телевизор, мой-то больше был!» Почему бабушка недовольна?

Решение: Старый телевизор:

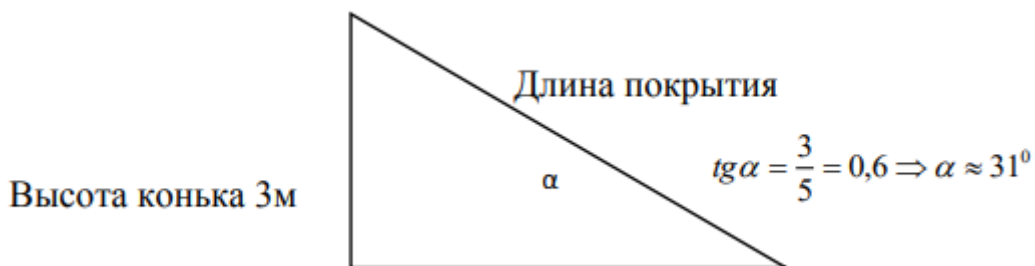


У нового телевизора отношение сторон приблизительно равно 0,56, то есть  $\alpha \approx 29^\circ$ , а длины сторон 39 см и 69 см, поэтому он кажется маленьким (сравните высоту).

Чтобы бабушка была довольна, надо было брать с диагональю 40 дюймов (  $\approx 100\text{см}$  ), у которого стороны 49 см и 87 см. Угол между диагональю и длиной меньшей, но длины сторон по сравнению со старым телевизором больше.

## Задача 2 (уровень А\_Б): Расчет материалов на крышу

Расчет кровли в первую очередь начинается с определения угла наклона. Теоретически он может составлять 11-70 градусов, но больше 45 градусов делать не стоит. Во время холодных и снежных зим угол наклона 45 градусов позволит избавиться кровлю от снежной нагрузки. Также для большого угла наклона кровли необходимо большее количество материала. Следует учитывать, что от вида кровельного покрытия и угла уклона меняется и шаг стропил. Чем больше угол уклона, тем шаг стропил может быть большим. Чтобы рассчитать приблизительное количество материала и материальных затрат необходимо выбрать угол уклона и высоту конька или угол уклона и ширину дома.



Ширина дома 10 м, а половина – 5м

Если угол уклона нужен больше или меньше, то необходимо изменить либо высоту конька, либо ширину дома во время проектирования. Далее вычислить длину покрытия и, соответственно, площадь крыши и материальные затраты на ее строительство. Подобные расчеты можно оформить в таблицу.

## Задача 3 (уровень С) Строительство эстакады

Для выполнения работ под днищем автомобиля можно воспользоваться ямой, подъемником или эстакадой. Яму можно обустроить только в сухом грунте, поэтому она доступна не во всех гаражах. Подъемник – дорогое удовольствие, которое может себе позволить ремонтная мастерская. В итоге для рядового автолюбителя остается самодельная эстакада для машины, не требующая больших затрат и времени для сборки. Изготовить такую конструкцию в домашних условиях несложно. Основным требованием будет наличие достаточного пространства.



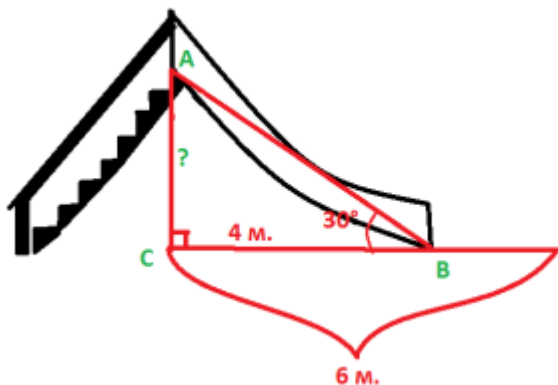
Стационарная металлическая эстакада



Схема для расчетов

На чертеже виден прямоугольный треугольник с острым углом 160. Синус, тангенс или косинус угла уклона и размеры площадки, на которой будет стоять эстакада, позволяют выполнить необходимые расчеты для ее строительства.

**Задача 4 (С):** возводим горку во дворе



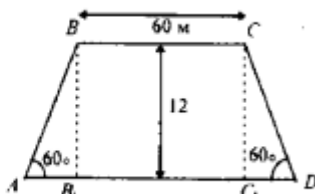
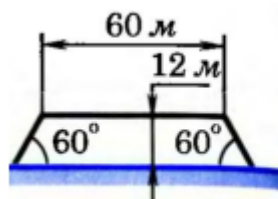
При постройке горки во дворе тоже потребуются тригонометрия. Для того, чтобы можно было скатываться с горки с безопасной скоростью, надо просчитать оптимальный угол, под которым будет наклонена горка относительно земли, высоту и длину проекции ската. Если длина двора метров 9м, а угол наклона не более 30 градусов, то высота горки равна:

$$\operatorname{tg} 30^{\circ} = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AC = \frac{4\sqrt{3}}{3} \approx 2,3 \text{ м.}$$

Значит горку надо строить не более 2 м, тогда угол будет меньше 30 градусов, и кататься будет безопаснее.

**Задача 5 (С):** Дорожное строительство

Насыпь шоссейной дороги имеет в верхней части ширину 60 м. Какова ширина насыпи в нижней ее части, если угол наклона откосов равен 60°, а высота насыпи равна 12 м.



$$\operatorname{tg} 60^{\circ} = \frac{BB_1}{AB_1}$$

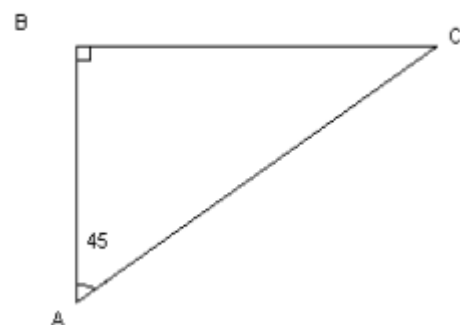
$$\sqrt{3} = \frac{12}{AB_1} \Rightarrow AB_1 = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \approx 6,8$$

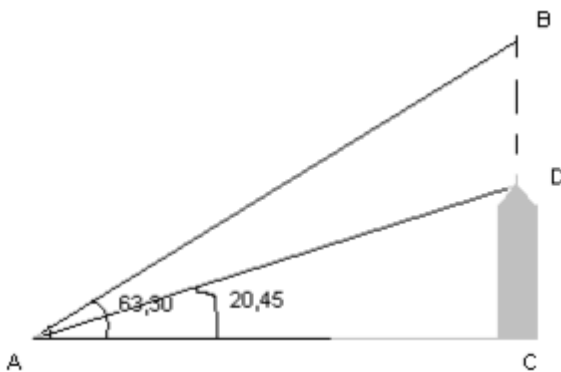
$$AD = 60 + 13,6 = 73,6 \text{ м}$$

**Задача 6 (Б-С):** Математика в артиллерии

Бомбардировщик на большой скорости – 707 км/ч. – приближается к важному объекту противника. Необходимо поднять в воздух зенитную ракету, скорость которой 1000 км/ч. Под каким углом направить ракету, чтобы она встретила самолет?

*Решение:* Пусть В - место самолета, А - начальное место ракеты и С - точка встречи.





Треугольник ABC:  $\angle ABC = 90^\circ$

$$\sin BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{S_{\text{самолета}}}{S_{\text{ракеты}}} = \frac{U_{\text{самолета}} \cdot t_{\text{полета до встречи}}}{U_{\text{ракеты}} \cdot t_{\text{полета до встречи}}};$$

$$\sin BAC = \frac{707}{1000} = 0,707 \Rightarrow \angle BAC = 45^\circ$$

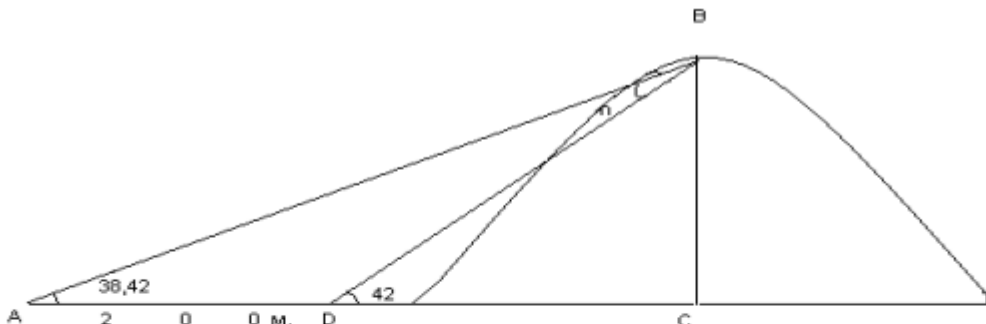
Для решения этих задач использовались определения синуса, косинуса, тангенса прямоугольного

треугольника.

**Задача 7 (С):** как измерить высоту горы? (дерева)

Для определения высоты горы достаточно с двух разных точек измерить с помощью приборов величины углов, под которыми видна вершина, а затем воспользоваться теоремами синусов и косинусов.

Например: Вершина горы В из точки А видна под  $\alpha = 38^\circ 42'$ , а при приближении к горе на 200 м вершина стала видна под  $\beta = 42^\circ$ . Найти высоту горы.



Решение:  $\beta = \alpha + \eta, \eta = \beta - \alpha = 42^\circ - 38^\circ 18' = 3^\circ 18'$ .

Треугольник ABD:  $\frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin \eta}$ , следовательно

$$BD = AD \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \eta} = 200 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \eta} = 200 \cdot \frac{\sin 38^\circ 42'}{\sin 3^\circ 18'} = \frac{0,6252}{0,0576} = 10,85 \cdot 200 = 2170$$

Из треугольника BCD:  $CB = BD \cdot \sin \beta = 2170 \cdot \sin 42^\circ = 2170 \cdot 0,6691 = 1452$  м

В этой задаче использовалась теорема синусов.

Для измерения углов используются разные приборы.

**Задача 8:** на какой высоте летит самолет

С наблюдательного пункта А замечают под углом  $63^\circ 30'$  самолет В, 09-----  
----пролетающий над башней D, высота которой 79,5 м. Прямая, соединяющая наблюдательный пункт А с верхушкой башни D, образует с горизонтальной плоскостью угол  $20^\circ 45'$ . На какой высоте находится самолет?

Решение: Высота полета самолета  $BC = BD + DC$ .



Треугольник ABC:  $\angle C = 90^0$ ;  
 $\angle DAB = 63^0 30' - 20^0 45' = 42^0 45'$ ;  
 $\angle CBA = 180^0 - (90^0 + 63^0 30') = 26^0 30'$ .

Треугольник DAC:  $\angle C=90^0$ ;  $AD = \frac{DC}{\sin \alpha} = \frac{79,5}{\sin 20^0 45'} = 224,9$  м.

Треугольник DAB:  $\frac{BD}{\sin 42^0 45'} = \frac{AD}{\sin 26^0 30'}$ , следовательно

$$BD = 224,9 \cdot \frac{\sin 42^0 45'}{\sin 26^0 30'} = 342,2 \text{ м.} \quad BC = 342,2 + 79,5 = 421,7 \text{ м}$$

### Практическая работа профессионально-ориентированного содержания №5

**Тема:** Описание производственных процессов с помощью графиков функций

**Цели:** научиться читать графики и с их помощью описывать производственные процессы.

**Вспомни** алгоритм исследования функции и построения её графика:

1. Область определения функции,
2. Множество значений функции,
3. Четность,
4. Периодичность,
5. Критические и стационарные точки,
6. Монотонность функции,
7. Экстремумы функции,
8. Таблица исследования функции,
9. Таблица дополнительных точек для построения графика

**Решите задачи**, используя схему исследования:

Вариант I	Вариант II
Оборудование производителя №1 изнашивается по закону: $s = 1/3t^3 + t^2 + 2$ оборудование производителя №2 $s = 1/3t^3 + t^2 + 5$ Выберите производителя, скорость износа оборудования которого за период в 10 лет будет наименьшей и покажите графически траекторию износа его.	Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента $t=0$ , задается формулой $q = 3t^2 + t + 2$ . Найдите силу тока в момент времени $t=3$ с. Покажите графически количество электричества, протекающее через проводник.
Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за $t = 1$ с на угол $\varphi = 2t - 0,04t^2$ . Найдите угловую скорость вращения маховика в момент $t=2$ с.	Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается зависимостью: $p(t) = t^3 - 3t$ (моль). Найдите скорость химической реакции через 3 секунды. Изобразите график данной

Изобразите траекторию поворота маховика.	зависимости.
<p style="text-align: center;">«Футбольные болельщики»</p> <p>После удара по мячу нападающим Р. Богатырём, футбольный мяч движется прямолинейно по закону: <math>s(t) = 2t^3 + t^2 - 4</math></p> <p>а). Сумеет ли полузащитник Е. Клещенко догнать, перехватить мяч на 2-ой секунде после удара, если скорость полузащитника - 15 км /час и в момент удара он находился на одинаковом расстоянии от ворот</p> <p>б). Каково ускорение движения мяча?</p> <p>в). Постройте схему графика движения мяча</p>	

### Практическая работа профессионально-ориентированного содержания № 6

**Тема: Физический смысл производной в профессиональных задачах**

**Цели:** научиться применять физическое свойство производной к решению практико-ориентированных задач (задачи уровень А-Б-С).

**Разберите задачи под руководством преподавателя:**

**Задача 1.** Точка движется прямолинейно по закону  $s(t) = t^3/3 + 2t^2 - t$  (S выражается в метрах, t – в секундах). Найти скорость движения через 3 секунды после начала движения.

**Решение:**

Скорость прямолинейного движения равна производной пути по времени, то есть

$$v(t) = s'(t) = \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 - t\right)' = t^2 + 4t - 1$$

Подставив в уравнение скорости  $t=3$  с, получим  $v(3)=3^2+4\cdot 3-1=20$  (м/с).

Ответ: 20 м/с.

**Задача 2** Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за t с на угол

$$\varphi(t) = 4t - 0,2t^2 \text{ (рад).}$$

Найдите:

а) угловую скорость вращения маховика в момент  $t = 6$  с; б) в какой момент времени маховик остановится?

**Решение:**

а) Угловая скорость вращения маховика определяется по формуле  $\omega = \varphi'$ . Тогда  $\omega = (4t - 0,2t^2)' = 4 - 0,4t$ .

Подставляя  $t = 6$  с, получим  $\omega = 4 - 0,4 \cdot 6 = 1,6$  (рад/с).

б) В тот момент, когда маховик остановится, его скорость будет равна нулю ( $\omega = 0$ ). Поэтому  $4 - 0,4t = 0$ . Отсюда  $t = 10$  с.

Ответ: угловая скорость маховика равна (рад/с);  $t = 10$  с.

**Задача 3** Тело массой 6 кг движется прямолинейно по закону  $S = 3t^2 + 2t - 5$ .

Найти кинетическую энергию тела ( $E = \frac{mv^2}{2}$ ) через 3 с после начала движения.

### Решение:

Найдём скорость движения тела в любой момент времени  $t$ .

$$v = s' = (3t^2 + 2t - 5) = 6t + 2$$

Вычислим скорость тела в момент времени  $t=3$ .  $v(3)=6 \cdot 3+2=20$  (м/с).

Определим кинетическую энергию тела в момент времени  $t=3$ .

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{6 \cdot 20^2}{2} = 1200 \text{ Дж.}$$

Ответ:  $E=1200$  Дж

### Решите самостоятельно в тетради:

Вариант I	Вариант II
Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^2 + t - 10$ (где $x$ — расстояние от точки отсчета в метрах, $t$ — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 5 м/с?	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^2 - 3t^2 + 2t$ (где $x$ — расстояние от точки отсчета в метрах, $t$ — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 6$ с.
Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 4t^3 - 3t - 21$ (где $x$ — расстояние от точки отсчета в метрах, $t$ — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $s$ .	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 - 4t^2 + 5t - 5$ (где $x$ — расстояние от точки отсчета в метрах, $t$ — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t=3$ .
Материальная точка $M$ начинает движение из точки $A$ и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки $A$ до точки $M$ со временем. На оси абсцисс откладывается время $t$ в секундах, на оси ординат — расстояние $s$ . Определите, сколько раз за время движения скорость точки $M$ обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).	

## Практическая работа профессионально-ориентированного содержания №7

**Тема: Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах**

**Цели:** повторить, обобщить и систематизировать знания о производной, закрепить навыки нахождения производных, уметь применить знания в решении практико-ориентированных задач.

**Сведения из теории:**

Производная в основном применяется в задачах, где необходимо найти максимальное или минимальное значение функции, промежутки возрастания или убывания, скорости изменения состояния объекта (движения точки, температуры и т.п.), построение касательных.

*Достаточный признак возрастания функции. Если в каждой точке  $x$  интервала  $(a; b)$  значение производной  $f'(x)$  функции  $f(x)$ , больше нуля, то функция  $f(x)$  на этом интервале возрастает.*

*Достаточный признак убывания функции. Если в каждой точке  $x$  интервала  $(a; b)$  значение производной  $f'(x)$  функции  $f(x)$ , меньше нуля, то функция  $f(x)$  на этом интервале убывает.*

Необходимое условие экстремума. Если  $x_0$  – точка экстремума функции  $f(x)$ , то производная функции в этой точке равна нулю:  $f'(x) = 0$ .

*Признак максимума:*

$x$	$(a; x_0)$	$x_0$	$(x_0; b)$
$f'(x)$	+	0	
$f(x)$	↑	max	↓

*Признак минимума функции:*

$x$	$(a; x_0)$	$x_0$	$(x_0; b)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↑	min	↓

Алгоритм конструирования задач по теме «Производная и ее применение»:

1. Ознакомить с исходными данными (Анализ ситуации).
2. Построить график, на котором отобразить все известные данные.
3. По заданным точкам экстремума составить формулу для производной искомой функции

$$f'(x) = (x - x_1)(x - x_2)$$

4. Для полученной функции составляем первообразную, задающую множество функций имеющих экстремумы в точке  $x_1$  и  $x_2$

$$f(x) = k \left( \frac{x^3}{3} - ax^3 + bx + c \right).$$

5. Приравниваем полученную функцию к данным значениям в точке экстремума, составляем систему уравнений

$$\begin{cases} k \left( \frac{x_1}{3} - ax_1 + bx_1 + c \right) = f(x_1), \\ k \left( \frac{x_2}{3} - ax_2 + bx_2 + c \right) = f(x_2) \end{cases}$$

6. Решить полученную систему, найти значения  $k$  и  $c$ .

7. Записать искомую функцию.

8. Выполнить проверку

Разберите задачи под руководством преподавателя:

**Задача 1** Нагруженные сани движутся по горизонтальной поверхности под действием силы  $F$ , приложенной к центру тяжести. Какой угол  $\alpha$  должна составлять линия действия силы  $F$  с горизонтом, чтобы равномерное движение саней происходило под действием наименьшей силы? Коэффициент трения саней о снег равен  $k$ .

**Решение:**

Разложим силу  $F$  на горизонтальную и вертикальную составляющие. Сила нормального движения саней и вертикальной составляющей силы  $F:N = P - F \cdot \sin \alpha$ , поэтому сила трения  $F_{\text{тр}} = kN = k(P - F \sin \alpha)$ . Сани будут двигаться равномерно при условии компенсации горизонтальных сил:

$$F_x = F_{\text{тр}},$$

$$\text{то есть } F \cos \alpha = k(P - F \sin \alpha).$$

Далее находим силу как функцию угла  $\alpha$ :

$$F(\alpha) = kP / (k \sin \alpha + \cos \alpha);$$

$$F'(\alpha) = kP(\sin \alpha - k \cos \alpha) / (k \sin \alpha + \cos \alpha)^2; \text{ Тогда}$$

$$F'(\alpha) = 0 \text{ при } k = \tan \alpha.$$

Из решения этой задачи можно сделать практический вывод: когда необходимо везти на санях груз по дороге с большим коэффициентом трения, нужно тянуть сани за короткую веревку. Если же коэффициент трения мал, веревка должна быть длинной.

**Задача 2** Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км) в зависимости от скорости  $x$ , км/ч, при движении на четвертой передаче приблизительно описывается функцией

$$f(x) = 0,0017x^2 - 0,18x + 10,2; x > 30.$$

При какой скорости расход горючего будет наименьший? Найдите этот расход. Решение:

Исследуем расход горючего с помощью производной:

$$f'(x) = 0,0034x - 0,18.$$

Тогда  $f'(x) = 0$  при  $x \approx 53$ . Определим знак второй производной в критической точке:  $f''(x) = 0,0034 > 0$ , следовательно, расход горючего при скорости 53 км/ч будет наименьшим.  $f(53) \approx 5,43$  л.

**Задача 3** Оборот предприятия за истекший год описывается через функцию  $U(t) = 0,15t^3 - 2t^2 + 200$ ,

где  $t$  – месяцы;  $U$  – миллионы рублей. Исследуйте оборот предприятия.

**Решение:**

Исследуем оборот предприятия с помощью производной:

$$U'(t) = 0,45t^2 - 4t;$$

$$U''(t) = 0,9t - 4;$$

$$U'''(t) = 0,9.$$

Момент наименьшего оборота при  $U(t) = 0$ , т.е. при  $t = 8,9$ . Наименьший оборот был на девятом месяце. Первая производная показывает экстремальное изменение оборота. Из  $U(t) = 0$  следует  $t = 4,4$ . Так как  $U'''(t) > 0$ , то на пятом месяце имеется сильное снижение оборота.

Точки перегиба важны в экономике, так как именно по ним можно определить, в какой конкретно момент произошло изменение.

Так, например, по решению предложенной задачи можно сделать выводы:

1. В начале исследуемого периода у предприятия было снижение оборота.
2. Предприятие пыталось выйти из этого состояния и для этого использовало определенные средства.

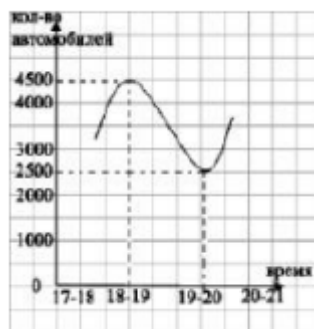
На пятом месяце (точка перегиба) что-то было предпринято и предприятие стало выходить из кризиса, а на девятом месяце стало набирать обороты.

Решите самостоятельно в тетради:

**Задача 1** Поток автотранспортных средств на улице К. Макса г. Нижний Новгород задается функцией  $f(x)$ , где  $x$  – это время, а значения этой функции – количество автотранспортных средств. Вычислить время, максимальное и минимальное количество автотранспортных средств, в период после 4-х часов вечера. Оцените загрязнение улицы К. Макса в это время (единица потока автотранспортных средств равна одной тысяче машин). Выберите оптимальное время для проведения ремонтных работ на дорожном полотне.

$$f(x) = \frac{3}{16} \left( \frac{x^3}{3} - 7x^2 + 45x - 65 \right)$$

**Задача 2** График потока автотранспортных средств на проспекте Ленина г. Нижний Новгород представлен на рисунке, определите время, максимальное и минимальное количество автотранспортных средств, и максимальный выброс. Определите оптимальное время для проведения ремонтных работ на дорожном полотне.



**Задача 3** Функция  $f(x) = -\frac{3}{32} \left( \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 15x - 13 \right)$  задает процесс размножения вредоносных бактерий в Мещерском озере г. Нижний Новгород в первых два летних месяца. Определить их наименьшее и наибольшее количество, и сделать вывод о наиболее безопасном месяце для купания.

**Задача 4** Функция  $f(x) = -\frac{3}{4} \left( \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x - 8 \right)$  демонстрирует процесс токсичности реки Ока в черте города Нижний Новгород за два первых месяца лета. Определить, в какой из двух месяцев река Ока является наиболее и наименее токсична. И сделать вывод, в какой месяц в ней наиболее безопасно купаться. Если коэффициент токсичности не должен превышать 0,2.

**Задача 5** Дан график, на котором представлено количество твердых бытовых отходов, производимых на душу населения в России и Нижнем Новгороде. Определить уровень загрязнения, и дать оценку (график 1).

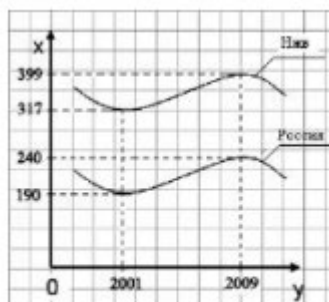
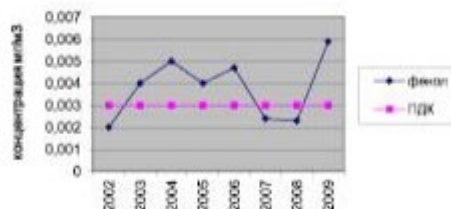


График 1

**Задача 6** Известно, что содержание нефтепродуктов в реке Волга, Балахнинского района в 2020 году было равно примерно  $0,02 \text{ мг/дм}^3$ , а в 2022 году оно увеличилось вдвое. Составьте задачу нахождения наибольшего и наименьшего значения концентрации нефтепродуктов в реке Волга.

**Задача 7** Посмотрите на график среднегодового уровня загрязнения воздуха фенолом в городе Балахна за несколько последних лет и назовите точки экстремума.

Среднегодовые загрязнения воздуха фенолом



### Практическая работа профессионально-ориентированного содержания №8

#### Тема: Симметрия в природе

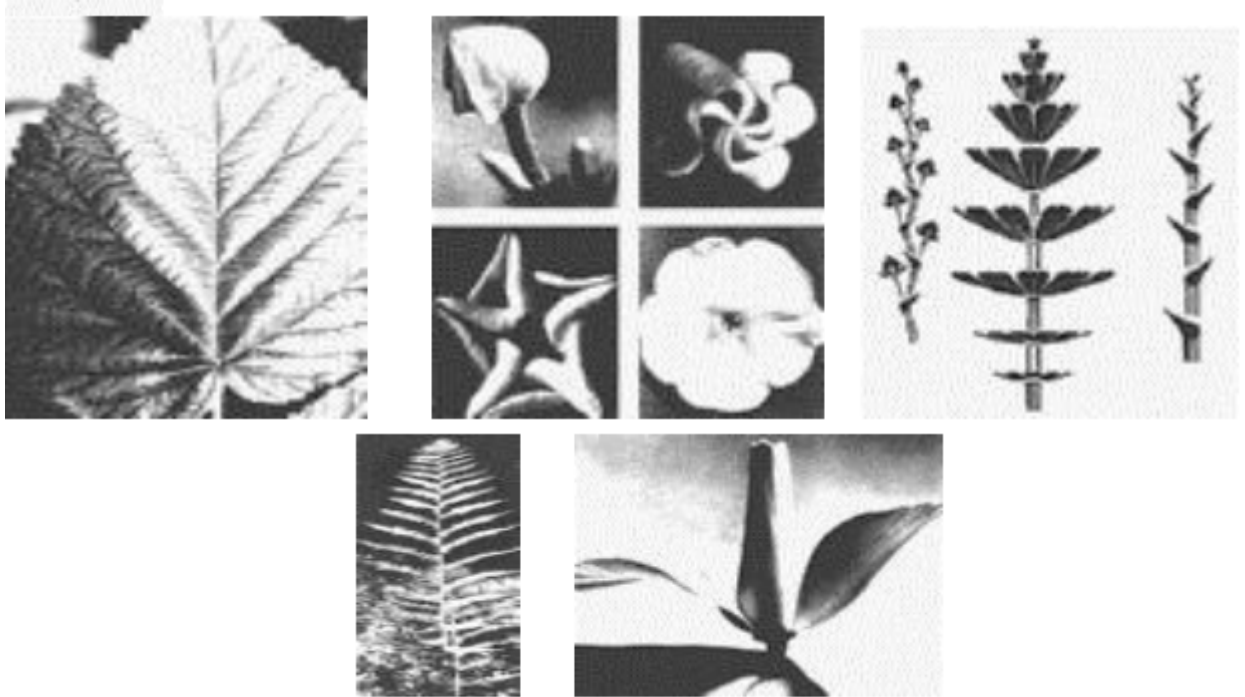
**Цели:** на примерах найти и показать симметрию как основу красоты в природе.

В отличие от искусства или техники, красота в природе не создаётся, а лишь фиксируется, выражается. Среди бесконечного разнообразия форм живой и неживой природы в изобилии встречаются такие совершенные образы, чей вид неизменно привлекает наше внимание. К числу таких образов относятся некоторые кристаллы,

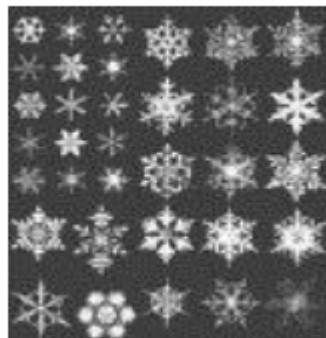
многие растения.



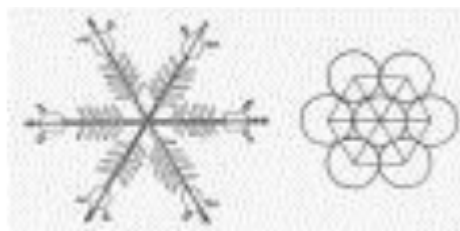
Примеры трансляции подобия в природных формах. Лист подчиняется принципу зеркальной симметрии с одновременным уменьшением элементов (направленностью симметрии), цветок отличается соединением радиальной и спиральной (в трех измерениях) симметрии. Подобным же образом строятся динамично-симметричные формы раковин, листьев папоротника.



Каждая снежинка - это маленький кристалл замерзшей воды. Форма снежинок может быть очень разнообразной, но все они обладают симметрией - поворотной симметрией 6-го порядка и, кроме того, зеркальной симметрией.

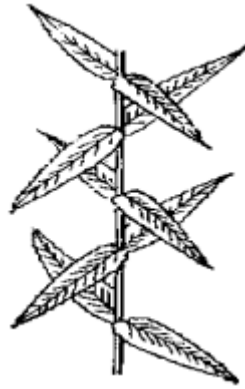


Радиальная симметрия снежинок



В пространстве существуют тела, обладающие винтовой симметрией, т.е. совмещаемые со своим первоначальным положением после поворота на какой-либо угол вокруг оси, дополненного сдвигом вдоль той же оси. Если данный угол поделить на 360 градусов – рациональное число, то поворотная ось оказывается также осью переноса.





Фигура, обладающая винтовой симметрией, которая осуществляется переносом вдоль вертикальной оси, дополненным вращением вокруг неё на  $90^\circ$ .

**Практическая часть:**

На листе с помощью карандаша и линейки начертите оси симметрии, и изобразите снежинку. Творческая работа, создай свой узор.

В завершении работы обсуждаем полученный результат. Оцениваем каждую работу.

**Практическая работа  
профессионально-ориентированного содержания №9**

**Тема: Симметрия в быту**

**Цели:** выяснить, как проявляется многообразия симметрии и её роль в нашей жизни.

*«Стоя перед черной доской и рисуя на ней мелом разные фигуры, я вдруг был поражен мыслью: почему симметрия приятна глазу? Что такое симметрия?*

*Это  
врожденное чувство, отвечал я сам себе»*

*Л.Н. Толстой*

С симметрией мы встречаемся буквально на каждом шагу: в природе, технике, искусстве, науке. Понятие симметрии проходит через всю многовековую историю человеческого творчества. Оно встречается уже у истоков человеческого развития. Издавна человек использовал симметрию в архитектуре, в быту.

Планируя свое жилое пространство, важно соблюсти некий баланс для комфортного пребывания. Один из инструментов этого баланса – симметрия. На уровне подсознания мы воспринимаем все более-менее симметричное как правильное, безопасное и желанное, поэтому симметричный интерьер – беспроигрышный вариант. Но не все так просто, как кажется на первый взгляд! Давайте разбираться.

Скорее всего, ваш дом изначально симметричен: комнаты правильной прямоугольной формы, равные промежутки между оконными проемами... Начиная продумывать обстановку, даже дилетант уделит повышенное внимание парным предметам: две прикроватные тумбочки, два кресла около

журнального столика, подсвечники на туалетном столике, шторы – многие предметы «зеркалят», уравнивают друг друга. Важно не перестараться, но об этом чуть позже.



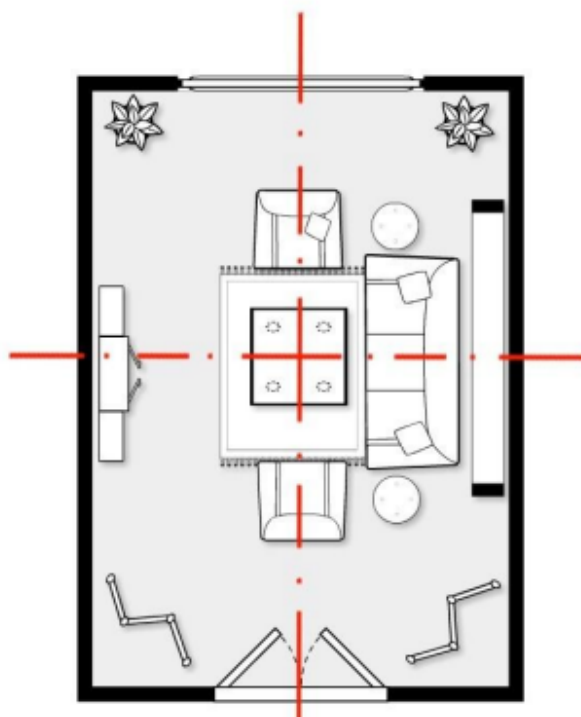
Если зеркальная расстановка не пришлась вам по вкусу, то предметы можно расположить вокруг условной центральной оси. Например, ставим диван напротив шкафа, а по центру, напротив окна – любимый журнальный столик. Или на примере кухни: справа от варочной панели стоит мультиварка, слева – тостер. В одном углу посудомоечная машина, в другом – мойка. Секрет в том, что даже непарные предметы могут уравнивать друг друга, если их габариты примерно одинаковы.



### **Практическая часть:**

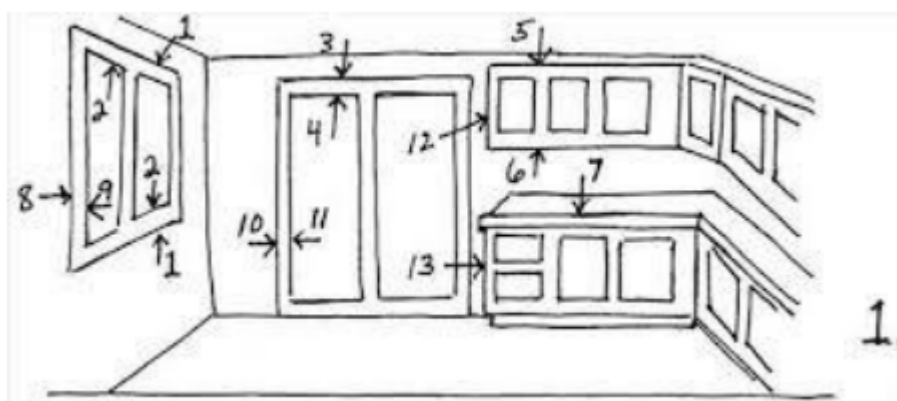
Составь план комнаты своей мечты.

#### ПРИМЕР ПЛАНА КОМНАТЫ



Или выполнили рисунок- чертеж своей комнаты. Или любой рисунок симметрии вокруг нас.

Примеры рисунка:



### Практическая работа профессионально-ориентированного содержания №10

**Тема:** Конус, его элементы. Решение задач.

**Цель:** применить навыки нахождения геометрических элементов и их значений при решении практико-ориентированных задач.

**Разбор задач:**

## Задача 1

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает высоты. Объем жидкости равен 40 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?



### Решение.

Меньший конус подобен большему с коэффициентом. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем большего конуса в 8 раз больше объема меньшего конуса, он равен 320 мл. Следовательно, необходимо долить  $320 - 40 = 280$  мл жидкости.

Ответ: 280.

Практическая часть:

1. Требуется выполнить расчеты по определению площади поверхности конуса здания по адресу пр. Просвещения, 34. (Фото 1.)

По технической документации: высота конуса 6 метров, радиус 4 метра. Начертить в масштабе конус крыши.

Представить проект крыши с элементами дополнения конусных деталей для оптимизации архитектурного проекта.



фото 1

2. Сделать елочные игрушки в виде конуса и рассчитать площадь поверхности этой игрушки. Сделать колпак для карнавального костюма клоуна (Фото 2.)

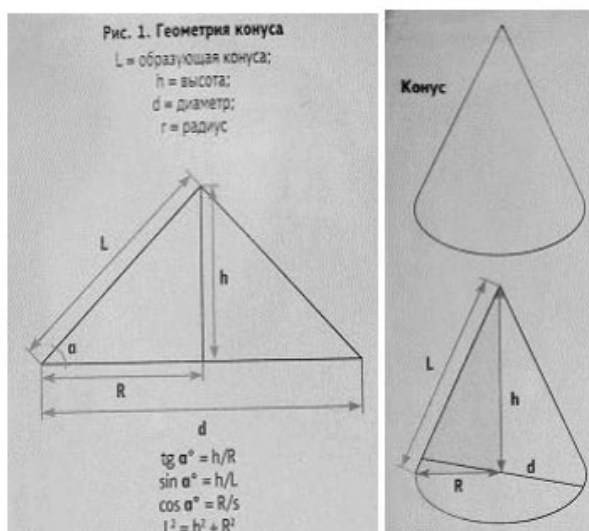


Фото 2.

3. Составить программу в Excel вычисления площади поверхности конуса для оптимизации процессов расчета.
4. Сделать чертеж конуса, рассчитать с помощью функций, составить программу в Excel вычисления площади поверхности конуса для оптимизации процессов расчета. По технической документации: высота конуса 6 метров, радиус 4 метра- рассчитайте площадь поверхности конус (можно использовать программу ПАСКАЛЬ. (для групп ОС)
5. Из жестяного круга нужно изготовить коническую часть воронки. Для этого в круге вырезают сектор и остальную часть круга свертывают конусом. Сколько градусов должно быть в дуге вырезаемого сектора, чтобы конус получился наибольшей вместимости?
6. Коническая крыша силосной башни имеет диаметр 6м и высоту 2 м. Сколько листов кровельного железа потребуется для этой крыши, если размер листа 0,7 х 1,4 м, а на швы и обрезки тратится 10% от площади крыши.  
**Разрешаются взаимоконсультации.**

**Творческое задание:**

нарисуйте в виде геометрической фигуры эмблему (логотип) вашей профессии. Пример:



**Практическая работа**  
**профессионально-ориентированного содержания №11-12**

**Тема: Геометрические комбинации на практике**

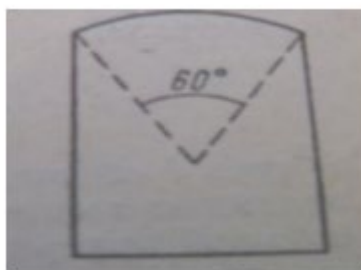
**Цель:** применить навыки расчетов в решении практико-ориентированных задач

**Практическая часть:**

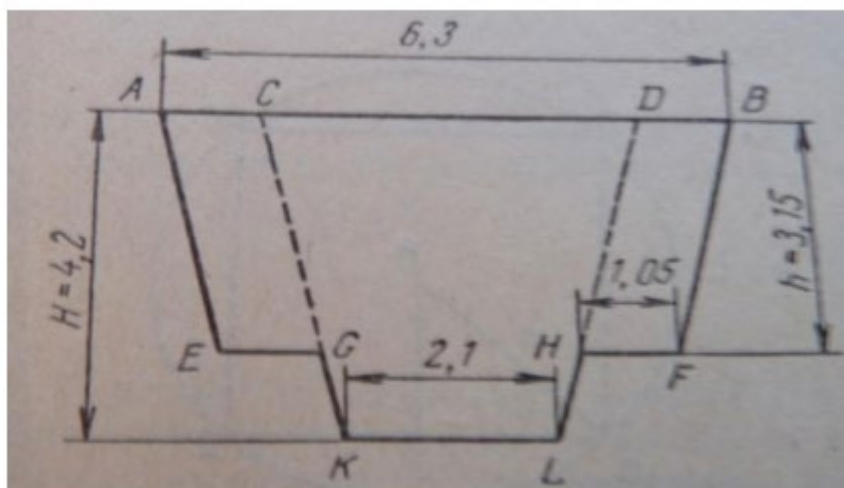
**Решить задачи (уровень А-Б-С):** разрешено обсуждение и помощь преподавателя (проблемное обучение, круглый стол)

1. Каков должен быть наименьший диаметр круглого бревна, чтобы из него можно было изготовить брус, поперечное сечение которого представляет собой правильный треугольник площадью 876 кв.см?

2. Определить площадь окна, имеющего форму прямоугольника, законченного вверху дугой окружности в  $60^\circ$ ; высота окна от середины дуги до основания равна 2,4 м, ширина его 1,6 м.



3. Вычислить площадь поперечного сечения траншеи. Размеры даны в метрах.



4. Поперечное сечение деревянного бруска является квадратом со стороной 6 см. Найдите наибольший диаметр круглого стержня, который можно выточить из этого бруска.

5. Рассчитать расход бетона для устройства фундамента под колонну стаканного типа высотой 0,9 метра, стороной нижнего основания 1 метр, стороной верхнего основания 0,8 метра. Колонна представляет собой правильную четырехугольную призму со стороной 0,5 метра и устанавливается в фундамент на глубину 0,5 метра.

6. Здание имеет форму прямоугольного параллелепипеда: длина 24 метра, ширина 7 метров и высота 8 метров. Определить поверхность здания без учета крыши.

- ✓ Сколько необходимо затратить кирпича на строительство, если кладка выполнялась в два кирпича и предусмотрено 4 оконных простенка (1500x1700) и дверной проем (1500x2400) (размер кирпича, мм 250x120x65, шов 1см).
- ✓ Сколько необходимо сухой штукатурной смеси с теплоизоляционными и водоотталкивающими свойствами на основе цемента для оштукатуривания фасада здания. (Расход смеси 18,5 килограмм на один квадратный метр).
- ✓ Сколько кубических метров доски израсходуется на устройство дощатых полов, если размер доски (300 x80x40).

7. Конец винта газовой задвижки имеет правильную трехгранную форму. Какой наибольший размер может иметь каждая грань, если цилиндрическая часть винта имеет диаметр 2см?

8. Найдите глубину резки при обработке детали, если после двух распилов диаметр детали равен 64 мм (глубина резания не изменяется). Заготовка имела диаметр 76мм.

9. Шпиндель токарного станка повернут на одну треть полного оборота. На сколько градусов повернут шпиндель?

10. Какого наименьшего диаметра нужно взять цилиндрическую заготовку, чтобы изготовить четырехгранную гайку с длиной ребра 25 мм?

11. Кабель диаметром 42мм заключается в свинцовую оболочку толщиной 2,00мм. На изготовление оболочки израсходована 1 т свинца. Какова длина кабеля? ( плотность свинца 11,4 г/см<sup>3</sup>)

12. Стальной вал, имеющий 97 см в длину и 8,4 см в диаметре, обтачивается так, что его диаметр уменьшается на 0,20 см. На сколько уменьшается масса вала в результате обточки? (плотность стали 7,4 г/см<sup>3</sup>)

13. Найдите вместимость сарая прямоугольной формы с двускатной крышей и прямым углом между стропилами. Размеры сарая: длина – 10 метров, ширина 7 метров, высота стен до крыши 3,5 метра, высота от основания до конька крыши 8,5 метра.

14. Постамент для установки мемориальной плиты имеет форму правильной усеченной пирамиды, верхняя площадка – квадрат со стороной 2 метра, сторона нижнего основания 10 метров. Определить объем постамента, если его высота 7 метров.

- ✓ Сколько необходимо кованного декоративного уголка для обрамления боковых углов постамента.
- ✓ Рассчитать количество каменной декоративной штукатурки для высококачественного оштукатуривания боковой поверхности постамента. Расход раствора для декоративной штукатурки 0,02 м<sup>3</sup> на один квадратный метр.
- ✓ Сколько плит, размером 60x60 сантиметров, необходимо для покрытия основания постамента (указать размеры и количество остатков плит).
- ✓ Какой длины нужно порезать кованную декоративную металлическую

полосу для закрепления ее от углов верхнего основания перпендикулярно ребрам нижнего основания.

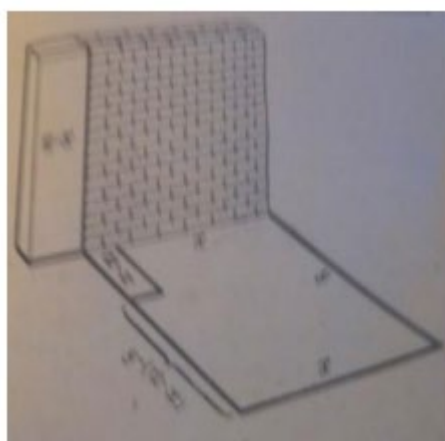
15. На конкурс предоставлено два проекта парников: одного в форме прямоугольного параллелепипеда, другого – в форме полуцилиндра. Определить, какой из них более экономичен по расходу пленочного материала на покрытие, если полезная площадь парников одинакова и равна  $10 \times 8$  м<sup>2</sup>, а высота каждого 2 м.

16. Для спортплощадки отвели участок земли в форме прямоугольника с диагональю, равной 185 м. При выполнении строительных работ выяснилась необходимость уменьшить длину каждой стороны на 4 м. При этом форма прямоугольника была сохранена, но площадь оказалась уменьшенной на 1012 кв.м. Каковы действительные размеры спортплощадки?

17. Спортивная площадка имеет форму прямоугольника, длина которого на  $X$  м больше ширины. Площадка окаймлена дорожкой одинаковой ширины в  $Y$  м.

Каковы размеры спортивной площадки, если ее площадь равна площади окаймляющей ее дорожки?

18. На месте разрушенного дома, от которого уцелела одна стена, желают построить новый. Длина уцелевшей стены – 12 м. Площадь нового дома должна равняться 112 кв.м. Хозяйственные условия работы таковы: 1) ремонт погонного метра стены обходится в 25% стоимости кладки новой; 2) разбор погонного метра старой стены и кладка из полученного материала новой стены стоит 50% того, во что обходится постройка погонного метра стены из нового материала. Как при таких условиях, наивыгоднейшим образом, использовать уцелевшую стену?



19. Требуется изготовить ящик (без крышки) с прямоугольным основанием и объемом равным 32 куб.м, отношение сторон основания которого равнялось бы 1. Каковы должны быть размеры ящика, чтобы его поверхность была наименьшей?

20. По одну сторону от стены высотой 30 м на расстоянии 10 м от стены лежит груз, по другую сторону от стены по горизонтальной площадке ездит кран. Башня крана имеет высоту 20 м, а его стрела, прикрепленная к верхней точке башни, имеет длину  $X$  м и может быть расположена под любым углом к горизонту. При какой наименьшей длине  $X$  стрелы кран может поднять груз через стену.



## Практическая работа профессионально-ориентированного содержания №13

**Тема: Применение интеграла в задачах профессиональной направленности**  
**Практическая часть:**

Рассмотрим окружность с центром в начале координат. Каким уравнением задаётся эта окружность?  $x^2 + y^2 = R^2$

Тогда её часть расположенная выше оси абсцисс есть график функции  $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ , где  $-R \leq x \leq R$ .

Используя геометрический смысл определённого интеграла площадь круга радиуса R равна  $S = 2 \int_{-R}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx$ .

Вычислим этот интеграл, пользуясь заменой переменной:

$$x = R \sin \alpha; \quad -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}.$$

При возрастании переменной что будет происходить с переменной  $x$ ?  
*возрастает от  $-R$  до  $R$*

*$\cos \alpha \geq 0$  и  $dx = R \cos \alpha d\alpha$*

Тогда получим  $S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{R^2 - R^2 \sin^2 \alpha} R \cos \alpha d\alpha$

Как упростить подынтегральное выражение? *Вынести  $R^2$  за знак интеграла и воспользоваться основным тригонометрическим тождеством*

$$S = 2R^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha d\alpha,$$

$$S = 2R^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} d\alpha = 2R^2 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \pi R^2$$

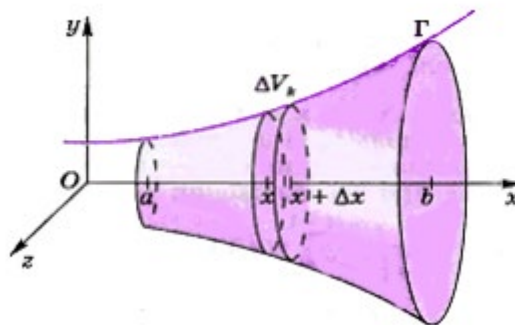
$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ , тогда

Таким образом мы получили известную нам формулу для вычисления площади круга  $S = \pi R^2$ .

### Задача 1 Объём тела вращения

Пусть  $\Gamma$  график непрерывной положительной функции  $y=f(x)$  в прямоугольной системе координат  $xOy$ . Необходимо вычислить объём тела вращения, ограниченного поверхностью вращения кривой  $\Gamma$  вокруг оси  $x$  и плоскостями, проходящими через точки  $x = a$ ,  $x = b$  перпендикулярно оси  $x$ .

Если тело разбито на части как можно найти его объём?



Объём тела равен сумме объёмов тел, его составляющих.

Поэтому можно разбить наше тело на части.

Разобьём отрезок  $[a;b]$  на части точками  $a < x_0 < x_1 < \dots < x_n < b$ . Рассмотрим цилиндр с высотой  $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$  и радиуса основания  $y_k = f(x_k)$ .

Как можно вычислить объём цилиндра?  $V = \pi R^2 h$

Тогда объём нашего цилиндра будет равен  $\Delta V_k \approx \pi y_k \Delta x_k = \pi (f(x_k))^2 \Delta x_k$

Тогда объём всего тела может быть записан при помощи приближённого

$$V \approx \pi \sum_{k=0}^{n-1} (f(x_k))^2 \Delta x_k$$

равенства

. Чтобы получить точное равенство надо

$$V = \lim_{\max \Delta x_k \rightarrow 0} \pi \sum_{k=0}^{n-1} (f(x_k))^2 \Delta x_k$$

взять предел :

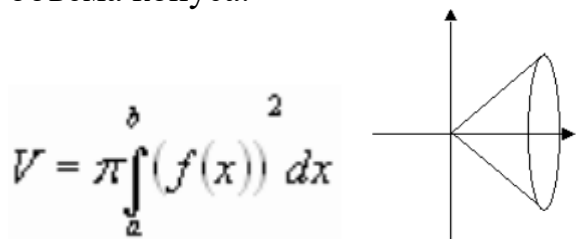
$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

По определению определённого интеграла формулу для вычисления объёма тела вращения.

мы получили

### Задача 2

Используя формулу объёма тела вращения, получите формулу для вычисления объёма конуса.



Чтобы воспользоваться полученной формулой необходимо задать с помощью функции прямую, которую будем вращать вокруг оси Oх.

Уравнение прямой  $y=kx$

$k$  – угловой коэффициент прямой  $k=\text{tg}\alpha=R/h$ , тогда уравнение прямой примет

$$y = \frac{R}{h} x$$

вид

$$V = \pi \int_0^h \left( \frac{R}{h} x \right)^2 dx = \pi \cdot \frac{R^2}{h^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

То есть объём конуса можно вычислить по формуле

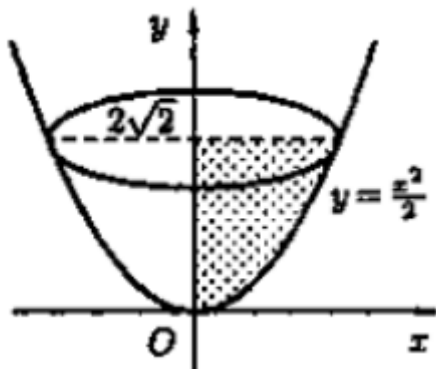
### Задача 3

Вычислите объём тела, полученного вращением кривой – графика функции  $y = \sin x$ , вокруг оси Oх.

$$V = \pi \int_0^{\pi} (\sin x)^2 dx = \pi \int_0^{\pi} (1 - \cos^2 x) dx = \pi \left( \int_0^{\pi} dx - \int_0^{\pi} \frac{\cos 2x + 1}{2} dx \right) = \pi \left( x \Big|_0^{\pi} - \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \frac{1}{2} x \Big|_0^{\pi} \right) = \frac{\pi^2}{2}$$

#### Задача 4

Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями



$y = \frac{x^2}{2}$ ,  $x=0$ ,  $y=2\sqrt{2}$  вокруг оси Oy

#### Решение:

Аналогично можно доказать, что объём тела, полученного вращением вокруг

$$V = \pi \int_a^b x^2 dx$$

оси Oy можно вычислить по формуле

$$x = \sqrt{2y}$$

$$V = \pi \int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{2y})^2 dy = \pi \int_0^{2\sqrt{2}} 2y dy = \pi y^2 \Big|_0^{2\sqrt{2}} = 8\pi$$

#### Применение определённого интеграла при решении практических задач Работа (уровень С повышенной сложности)

1. Пусть к движущейся по прямой точке приложена направленная вдоль этой прямой переменная сила  $F=f(x)$ , где  $f(x)$  есть непрерывная функция от  $x$  – координаты движущейся точки. Работа силы  $F$  при передвижении точки от  $a$  до  $b$  равна

$$W = \lim_{\max \Delta x_j \rightarrow 0} \sum_{j=0}^{n-1} f(x_j) \Delta x_j = \int_a^b f(x) dx$$

где  $a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b$ ,  $x_j=x_{j+1}-x_j$

в силу непрерывности функции  $f(x)$  произведение  $f(x_j) \Delta x_j$  близко к истинной работе на отрезке  $[x_j; x_{j+1}]$ , а сумма таких произведений близка к истинной работе на отрезке  $[a; b]$ , и притом тем ближе, чем меньше наибольший из всех  $x_j$ .

2. К движущейся по прямой точке приложена направленная вдоль этой прямой сила  $F=2x-1$ , где  $x$  – координата движущейся точки. Вычислите работу силы  $F$  по перемещению точки от 0 до 3.

$$W = \int_a^b f(x) dx$$

Решение:

$$W = \int_0^3 (2x - 1) dx = (x^2 - x) \Big|_0^3 = 6$$

**Масса стержня переменной плотности (уровень С повышенной сложности)**

Будем считать, что отрезок  $[a; b]$  оси  $Ox$  имеет массу с переменной линейной плотностью  $\rho(x) \geq 0$ , где  $\rho(x)$  – непрерывная на отрезке  $[a; b]$  функция.

$$M = \lim_{\max \Delta x_j \rightarrow 0} \sum_{j=0}^{n-1} \rho(x_j) \Delta x_j = \int_a^b \rho(x) dx$$

Общая масса этого отрезка  $a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b$ ,  $\Delta x_j = x_{j+1} - x_j$

, где

3. Вычислить массу стержня на отрезке от 0 до 2, если его плотность задаётся функцией  $\rho(x) = x + 1$

**Решение:**

$$M = \int_a^b \rho(x) dx$$

$$M = \int_0^2 (x + 1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^2 = 4$$

### Практическая работа

#### профессионально-ориентированного содержания №14

**Тема:** Применение логарифма в задачах профессиональной направленности

**Цель:** научиться решать практические задачи с применением свойств логарифмической функции.

**Практическая часть:**

Познакомимся с математическими задачами, использующими в своем решении понятие логарифма:

*Информация является важнейшим понятием и основным объектом изучения в информатике. Неудивительно поэтому, что проблема измерения информации имеет фундаментальное значение.*

Пусть алфавит, с помощью которого записываются все сообщения, состоит из  $M$  символов. Для простоты предположим, что все они появляются в тексте с

одинаковой вероятностью.

Тогда в рассматриваемой постановке применима формула Хартли для вычисления количества информации:

$$I = \log_2 M$$

### Решить задачу1 (уровень А):

Определить информацию, которую несет в себе один символ в кодировках ASCII и Unicode.

**Решение.**

1) В алфавите ASCII предусмотрено 256 различных символов, т.е.

$$M = 256, \text{ а } I = \log_2 256 = 8 \text{ бит} = 1 \text{ байт}$$

Ответ: 1 байт.

В современной кодировке Unicode заложено гораздо большее количество символов. В ней определено 256 алфавитных страниц по 256 символов в каждой.

Таким образом:

$$I = \log_2 (256 * 256) = 8 + 8 = 16 \text{ бит} = 2 \text{ байта}$$

Ответ: 2 байта.

### Задача 2 (уровень А)

Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_n = 20^{\circ}\text{C}$ , через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой  $T_b = 100^{\circ}\text{C}$ . Расход проходящей через трубу воды  $m = 0,2 \text{ кг/с}$ . Проходя по трубе расстояние  $x$  (м), вода охлаждается до температуры  $T^{\circ}\text{C}$ , при чём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$$

где  $c = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot \text{C}$  — теплоемкость воды  
 $\alpha = 42 \text{ Вт/м} \cdot \text{C}$  — коэффициент теплообмена  
 $a = 1,4$  — постоянная.

До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 28 м? (Ответ:  $60^{\circ}$ )

*Интенсивность звука измеряется в системе единиц СИ в  $\text{Вт/м}^2$ . Интенсивность звука, также оценивается уровнем интенсивности по шкале децибел, где число децибел  $N = 10 \lg(I/I_0)$ , где  $I$  – интенсивность данного звука,  $I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ .*

### Задача 3 (уровень Б-С)

Интенсивность звука на перемене достигает  $10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>. Вычислить громкость звука в (дБ) и сравнить ее с нормой (40 дБ)

$$N = 10 \cdot \lg \frac{10^{-4}}{10^{-12}} \Rightarrow N = \lg 10^8 \Rightarrow N = 80 \text{ дБ}$$

, а более 120 дБ – болевой порог

Уровень звукового давления зависит от расстояния до источника звука, отражения звука и т.д. Наиболее простой вид имеет зависимость уровня давления от расстояния. Если известен уровень мощности шума  $L_w$ , то уровень звукового давления  $L_p$  в дБ на расстоянии  $r$  (в метрах) от источника вычисляется так:  $L_p = L_w - \lg r - 11$

### Задача 4 (Б-С)

Мощность звука холодильного блока равна 78 дБ. Найти уровень звукового давления на расстоянии 10 м от него.

$$(78 - \lg 10 - 11) \text{ дБ} = 66 \text{ дБ.}$$

Способность ядер самопроизвольно распадаться, испуская частицы, называется радиоактивностью. Радиоактивный распад статистический процесс.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t},$$

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \ln \frac{2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

$$\ln x = \log_e x$$

$$e = 2,718281828459045 \dots$$

**Задача 5 (уровень С).** Чему равен период полураспада одного из изотопов франция, если за 6 секунд количество ядер этого изотопа уменьшается в 8 раз?

**Задача 6 (уровень С).** Период полураспада одного из изотопов равен 12,4 часа, через, сколько секунд количество ядер этого изотопа уменьшается в 16 раз?

Если известна видимая звёздная величина и расстояние до объекта, то можно

вычислить абсолютную звёздную величину по формуле:  $M = m - 5 \lg \frac{d}{d_0}$ .

Абсолютная звёздная величина связана со светимостью следующим соотношением:

$$\lg \frac{L}{L_0} = 0,4(M_0 - M)$$

**Решить задачу 7 (уровень Б-С):**

Вычислить светимость Сириуса (альфа Большого Пса), относительно Солнца.

$L_0$  – светимость Солнца, абсолютная звездная величина Солнца равна +4,8 а абсолютная звездная величина Сириуса равна +1,45

$$\lg \frac{L}{L_0} = 0,4 \cdot (4,8 - 1,45)$$

$$\lg \frac{L}{L_0} = 1,34 \Rightarrow \frac{L}{L_0} = 10^{1,34} = 21,877 \approx 22 \Rightarrow L = 22L_0$$

$\lg L L_0$

Решить задачу:

В начальный момент времени было 8 бактерий. Через 2 часа после помещения бактерий в питательную среду, их число возросло до 100. Через сколько времени с момента размещения в питательную среду следует ожидать появления 500 бактерий?

Для решения данной задачи, необходимо вспомнить понятия скорости и ускорения.

1 изменение: Было -8 }  $\Rightarrow 8^x = 100 \Rightarrow x = \log_8 100$

Стало - 100

$\Rightarrow \log_8 100$  конечное значение скорости распространения бактерий при первом изменении -  $V_{\text{кон.2}}$

2 изменение: Было -8 }  $\Rightarrow 8^y = 500 \Rightarrow y = \log_8 500$   
Стало- 500

$\Rightarrow \log_8 100$  конечное значение скорости распространения бактерий при втором изменении -  $V_{\text{кон.2}}$ .

Составим формулу для ускорения, учитывая, что начальная

$V_{\text{нач.}} = \log_8 8$  (т.е. было -8, стало -8):

$$a_1 = \frac{V_{\text{кон.1}} - V_{\text{нач.}}}{t} = \frac{\log_8 100 - \log_8 8}{2}$$

$$a_2 = \frac{V_{\text{кон.1}} - V_{\text{нач.}}}{t_1} = \frac{\log_8 500 - \log_8 8}{t_1}$$

Т.к. ускорение постоянно  $\Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow$

$$\frac{\log_8 100 - \log_8 8}{2} = \frac{\log_8 500 - \log_8 8}{t_1}$$

Перейдем к натуральному основанию логарифмов, для того, чтобы можно было воспользоваться табличными значениями:

$$\frac{\ln 100 - \ln 8}{2 * \ln 8} = \frac{\ln 500 - \ln 8}{t_1 * \ln 8}$$
$$t_1 = \frac{2 * (\ln 500 - \ln 8)}{\ln \left(\frac{100}{8}\right)}$$

Ответ: приблизительно 3 часа 15 минут.

Логарифмы находят самое широкое применение во многих областях науки и нашей жизни, при обработке результатов тестирований в психологии и социологии, в составлении прогнозов погоды, в экономике, музыке. И вообще очень многие вещи в природе, экономике и других областях описываются при помощи экспоненциальных законов. Например, самое частое слово в большом корпусе текстов обычно встречается, грубо говоря, где-то в два раза чаще, чем второе по частоте, а оно в свою очередь в два раза чаще, чем третье по частоте, и т.д. (закон Ципфа). Похожие закономерности наблюдаются в распределении размеров городов и силы землетрясений. Чтобы наглядно представлять эти измерения и с ними оперировать, удобно использовать не настоящие величины, а их логарифмы

Дополнительные задачи:

1. Пусть вкладчик положил в банк 10 000 руб. под ставку 12% годовых. Когда его вклад удвоится?

2. Известно, что соотношение между углеродом C12 и его радиоактивным изотопом C14 во всех живых организмах постоянно. Период полураспада углерода C14 составляет 5760 лет. Определите возраст остатков мамонта, найденных в вечной мерзлоте на Таймыре, если относительное содержание изотопа C14 в них составляет 26% от его количества в живом организме.

Пусть изначально изотопа C14 было  $m$ , получим  $q = m$ ,  $t = 5760$ ,  $p = 1/2$ ,  $V = 0,26m$ , и значит,

возраст останков мамонта составляет примерно 11200 лет.

Формула Циолковского

Эта формула, связывающая скорость ракеты  $V$  с ее массой  $m$ :

где  $V_r$  – скорость вылетающих газов,  $m_0$

– стартовая масса ракеты.

Скорость истечения газа при сгорании топлива  $V_r$  невелика (в настоящее время она меньше или равна 2 км/с). Логарифм растет очень медленно, и для того чтобы

$m$



достичь космической скорости, необходимо сделать большим отношение почти всю стартовую массу отдать под топливо.

Сделай вывод по работе:

Ответ на вопрос: Облегчают ли логарифмы нам жизнь? В чем помогают?

### Практическая работа

#### профессионально-ориентированного содержания №15

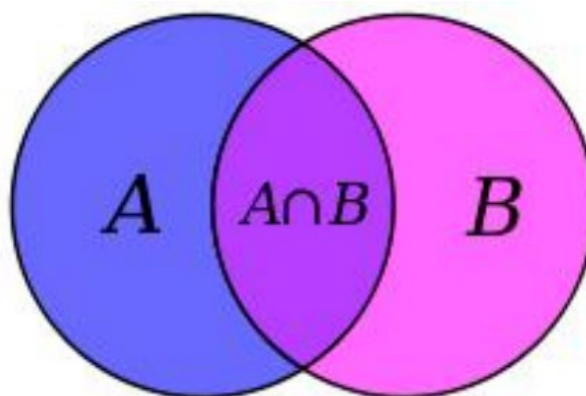
**Тема: Операции с множествами. Решение прикладных задач.**

**Цель:** научиться решать прикладные задачи используя понятия «Множества»

#### Основные понятия

Понятие **множества** – одно из первичных в математике. Поэтому очень трудно дать ему какое-либо определение, которое бы не заменяло слово «множество» каким-нибудь равнозначным выражением, например, совокупность, собрание элементов и т.д. Элементы множества – это то, из чего это множество состоит.

**Пересечение множеств** в теории множеств - это множество, которому принадлежат те и только те элементы, которые одновременно принадлежат всем данным множествам.



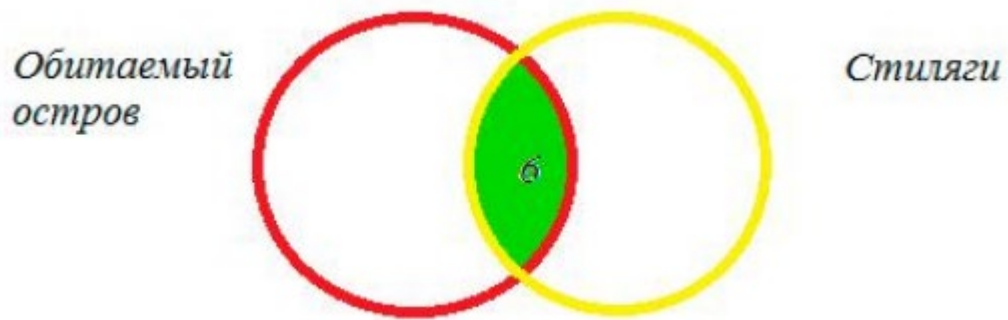
**Круги Эйлера** - геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления. Изобретены Леонардом Эйлером. Используется в математике, логике, менеджменте и других прикладных направлениях.

#### Практическая часть:

Решение задач с помощью кругов Эйлера

##### 1. "Обитаемый остров" и "Стиляги"

Некоторые студенты нашей группы любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек - фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

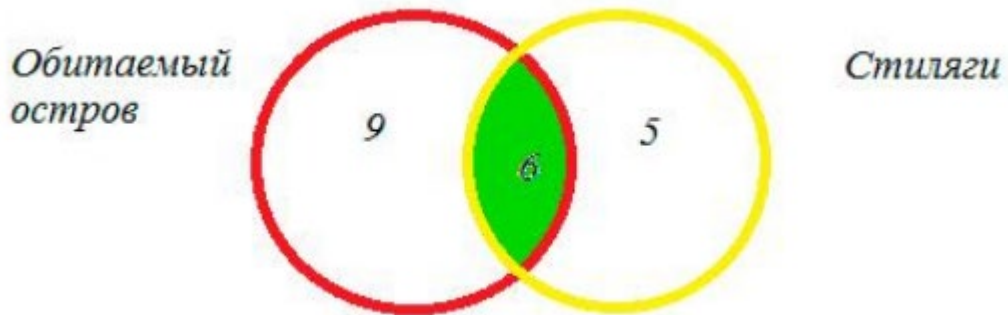


**Решение:**

Чертим два множества таким образом:

6 человек, которые смотрели фильмы «Обитаемый остров» и «Стиляги», помещаем в пересечение множеств.

1.  $15 - 6 = 9$  - человек, которые смотрели только «Обитаемый остров»,
2.  $11 - 6 = 5$  - человек, которые смотрели только «Стиляги». Получаем:



Ответ: 5 человек.

**2. Задача про библиотеки**

Каждый из 35 студентов является читателем, по крайней мере, одной из двух библиотек: техникума БТТ и районной. Из них 25 человек берут книги в библиотеке БТТ, 20 - в районной.

Сколько студентов:

1. Являются читателями обеих библиотек;
2. Не являются читателями районной библиотеки;
3. Не являются читателями библиотеки БТТ;
4. Являются читателями только районной библиотеки;
5. Являются читателями только библиотеки БТТ?

**Решение:**

Чертим два множества:

Решение:

1)  $20 + 25 - 35 = 10$  (человек) - являются читателями обеих библиотек. На схеме это общая часть кругов. Мы определили единственную неизвестную нам величину. Теперь, глядя на схему, легко даем ответы на поставленные вопросы.

- 2)  $35 - 20 = 15$  (человек) - не являются читателями районной библиотеки,
- 3)  $35 - 25 = 10$  (человек) - не являются читателями библиотеки БТТ,
- 4)  $35 - 20 = 10$  (человек) - являются читателями только районной библиотеки,

5)  $35 - 20 = 15$  (человек) - являются читателями только библиотеки БТТ. Очевидно, что вопросы 2 и 5, а также 3 и 4 - равнозначны и ответы на них совпадают.

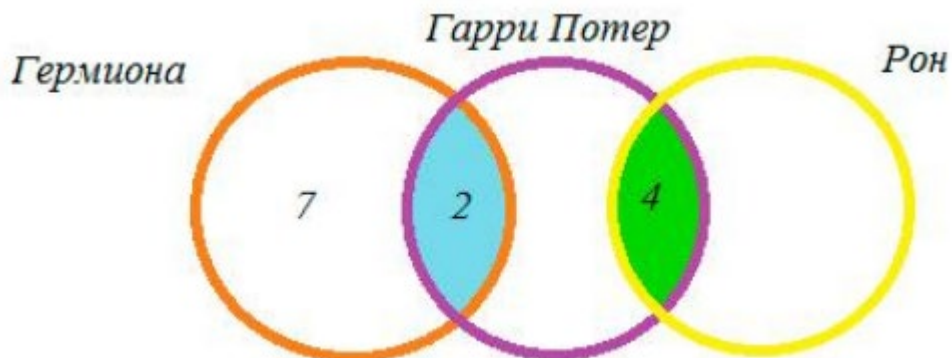
Ответ: 10 человек; 15 человек; 10 человек; 10 человек; 15 человек.

### 3. Гарри Поттер, Рон и Гермиона

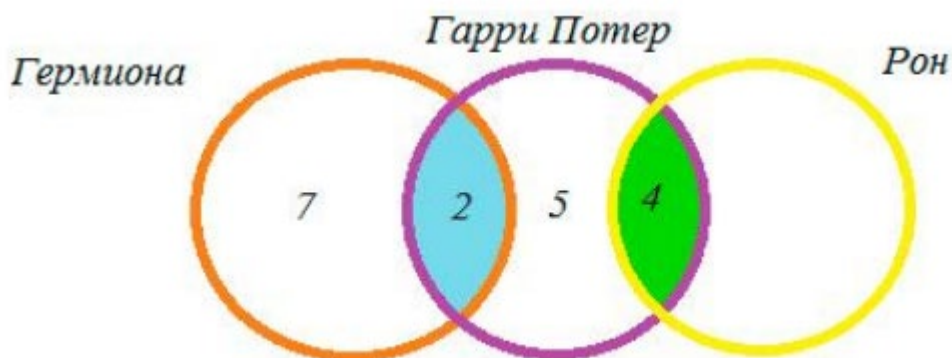
На полке стояло 26 волшебных книг по заклинаниям, все они были прочитаны. Из них 4 прочитал и Гарри Поттер, и Рон. Гермиона прочитала 7 книг, которых не читали ни Гарри Поттер, ни Рон, и две книги, которые читал Гарри Поттер. Всего Гарри Поттер прочитал 11 книг. Сколько книг прочитал только Рон?

Решение:

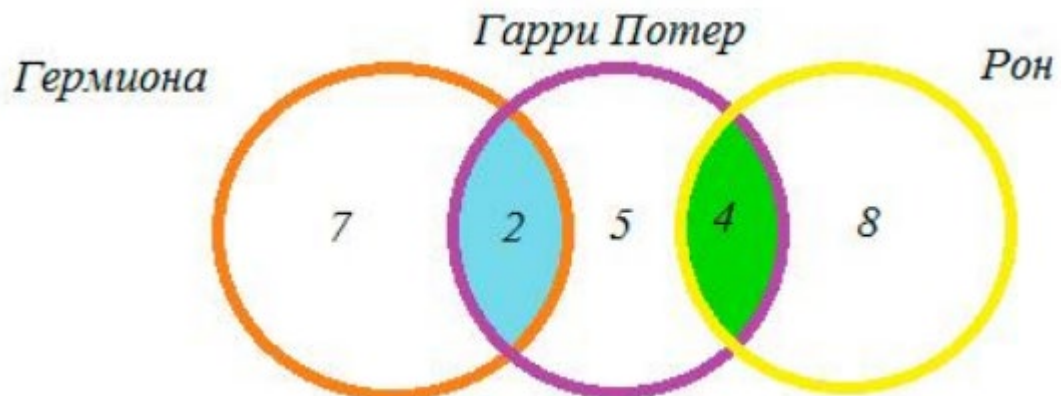
Учитывая условия задачи, сделаем чертеж:



Так как Гарри Поттер всего прочитал 11 книг, из них 4 книги читал Рон и 2 книги - Гермиона, то  $11 - 4 - 2 = 5$  - книг прочитал только Гарри.



Следовательно,  $26 - 7 - 2 - 5 - 4 = 8$  - книг прочитал только Рон.



Ответ: 8 книг.

#### 4. Задача про любимые мультфильмы

Студенты БТТ заполняли анкету с вопросами об их любимых мультфильмах. Оказалось, что большинству из них нравятся «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны» и «Волк и теленок». В группе 38 учеников. «Белоснежка и семь гномов» нравится 21 студенту. Причем трем среди них нравятся еще и «Волк и теленок», шестерым - «Губка Боб Квадратные Штаны», а один студент одинаково любит все три мультфильма. У «Волка и теленка» 13 фанатов, пятеро из которых назвали в анкете два мультфильма. Надо определить, скольким же обучающимся нравится «Губка Боб Квадратные Штаны».

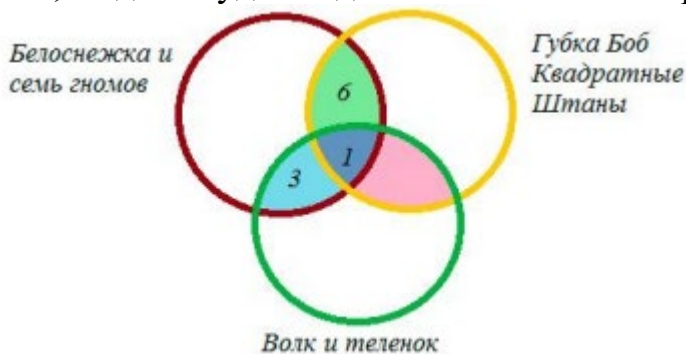
#### Решение:

Чертим три круга, таким образом:



Из условия знаем, что трем ученикам нравится и «Белоснежка и семь гномов», и

«Волк и теленок», шестерым - «Белоснежка и семь гномов» и «Губка Боб Квадратные Штаны», а один студент одинаково любит все три мультфильма.

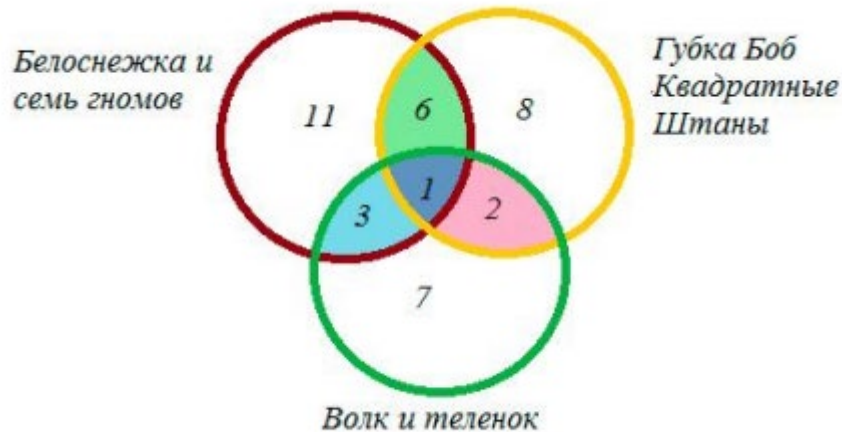


Мы помним, что по условиям задачи среди фанатов мультфильма «Волк и теленок» пятеро ребят выбрали два мультфильма сразу, т.е.  $5 - 3 = 2$  – студента выбрали

«Волк и теленок» и «Губка Боб Квадратные Штаны».



- 1)  $21 - 3 - 1 - 6 = 11$  – студента выбрали только «Белоснежка и семь гномов»,
- 2)  $13 - 3 - 1 - 2 = 7$  – студента выбрали - «Волк и теленок»,
- 3)  $38 - (11 + 3 + 1 + 2 + 6 + 7) = 8$  - ребят выбрали «Губка Боб Квадратные Штаны».



- 4)  $8 + 2 + 1 + 6 = 17$  - человек выбрали мультитк «Губка Боб Квадратные Штаны».

Ответ: 17 студентов.

### 5. Задача про Крейсер и Линкор

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети интернет.

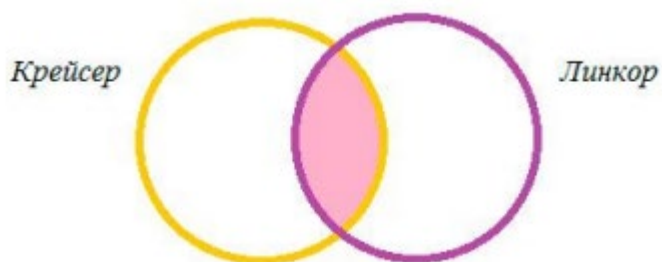
Запрос	Найдено страниц, тыс.
Крейсер и Линкор	7000
Крейсер	4800
Линкор	4500

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу Крейсер и Линкор? (Считается, что все вопросы выполняются практически

одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.)

*Решение:*

При помощи кругов Эйлера изобразим условия задачи.

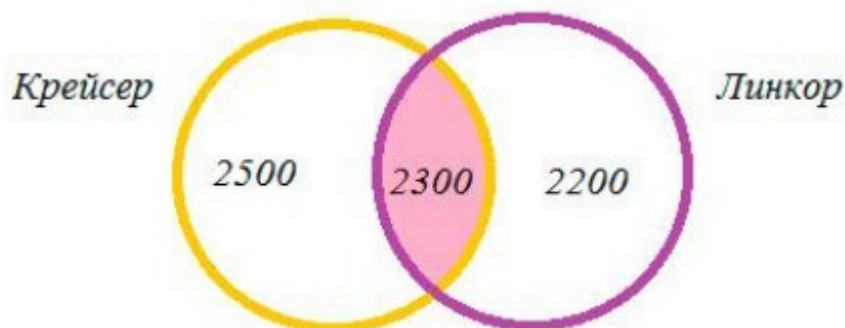


1)  $4800 + 4500 - 7000 = 2300$  (тыс. страниц) - найдено по запросу Крейсер и Линкор,

2)  $4800 - 2300 = 2500$  (тыс. страниц) - найдено по запросу Крейсер,

3)  $4500 - 2300 = 2200$  (тыс. страниц) - найдено по запросу Линкор.

Ответ: 2300 тыс. страниц.



### 6. Задача про блондинок

Каждый студент группы - либо девочка, либо блондин, либо любит математику. В группе БТТ: 20 девочек, из них 12 блондинок, но одна блондинка любит математику. Всего в группе 24 студента - блондина, математику из них любят 12, а всего студентов (мальчиков и девочек), которые любят математику, 17, из них 6 девочек. Сколько обучающихся в данной группе?

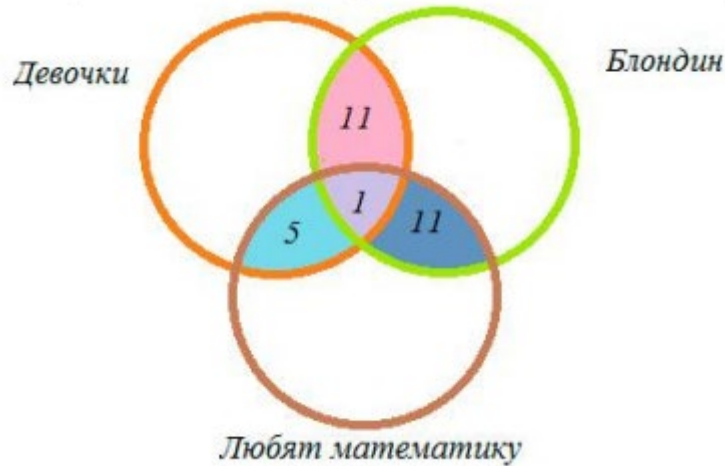
*Решение:*

Изобразим с помощью кругов Эйлера данные из задачи:



1)  $12 - 1 = 11$  (обучающихся) - девочек блондинок,

- 2)  $12 - 1 = 11$  (обучающихся) - блондины и любят математику,  
 3)  $6 - 1 = 5$  (обучающихся) - девочек, которые любят математику,



- 4)  $20 - 11 - 1 - 5 = 3$  (обучающихся) - девочки,  
 5)  $24 - 11 - 1 - 11 = 1$  (обучающихся) - блондин,  
 6)  $17 - 5 - 1 - 11 = 0$  (обучающихся) - любят математику,



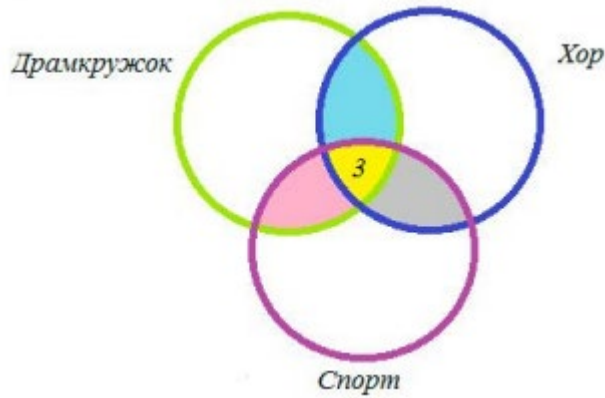
- 7)  $3 + 1 + 0 + 5 + 11 + 11 + 1 = 32$  (обучающихся) - всего в классе.  
 Ответ: 32 ученика.

### 7. Задача про кружки

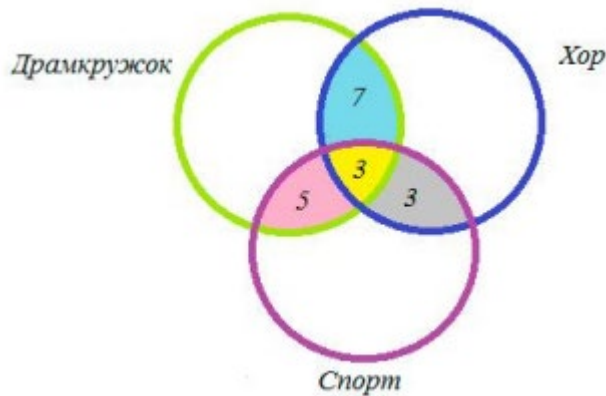
В трёх группах БТТ 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько ребят заняты только спортом?

Решение:

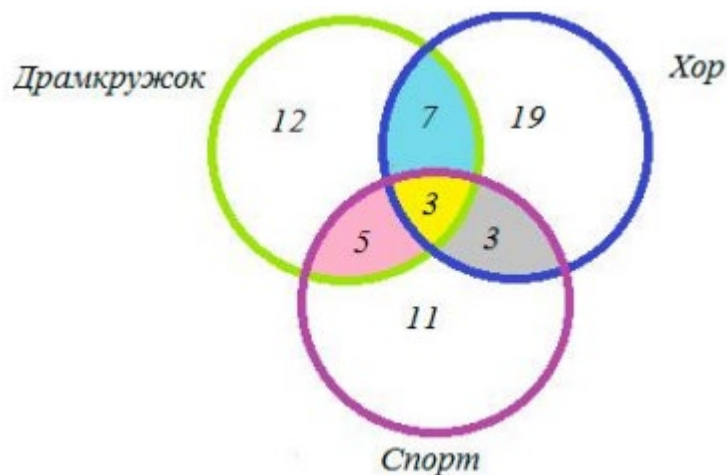
Учитывая условия задачи, сделаем чертеж:



- 1)  $10 - 3 = 7$  (ребят) - посещают драмкружок и хор,
- 2)  $6 - 3 = 3$  (ребят) - поют в хоре и занимаются спортом,
- 3)  $8 - 3 = 5$  (ребят) - занимаются спортом и посещают драмкружок,



- 4)  $27 - 7 - 3 - 5 = 12$  (ребят) - посещают драмкружок,
- 5)  $32 - 7 - 3 - 3 = 19$  (ребят) - поют в хоре,
- 6)  $22 - 5 - 3 - 3 = 11$  (ребят) - увлекаются спортом,



- 7)  $70 - (12 + 19 + 11 + 5 + 7 + 3 + 3) = 10$  (ребят) - не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке.

Ответ: 10 человек и 11 человек.

### Задачи для самостоятельного решения (уровень А-Б-С)

1. На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек фирмы не знают ни



английского, ни немецкого языков?

2. В конкурсе красоты участвовали 22 девушки. Из них 10 было красивых, 12 - умных и 9 - добрых. Только 2 девушки были и красивыми, и умными; 6 девушек были умными и одновременно добрыми. Определите, сколько было красивых и в то же время добрых девушек, если я скажу вам, что среди участниц не оказалось ни одной умной, доброй и вместе с тем красивой девушки?

3. Из 100 человек 85 знают английский язык, 80 - испанский, 75 - немецкий. Все владеют, по крайней мере, одним иностранным языком. Среди них нет таких, которые знают два иностранных языка, но есть владеющие тремя языками. Сколько человек из этих 100 знают три языка?

4. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 - в Италии, 6 - в Англии; в Англии и Италии - 5; в Англии и Франции - 6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

5. В доме живут 100 человек. На газету —Вестник‖ подписаны 65 чел., а на газету

—Правда‖ подписаны на 18 человек больше, чем на газету —Вестник‖. Но 10 человек не подписались ни на какую газету. Сколько человек подписано и на газету —Вестник‖, и на газету —Правда‖?

6. На прилавке в магазине лежали 35 булочек. 17 из них были с повидлом, 25 были посыпаны маком, но были также булочки с повидлом и маком. Сколько

было таких булочек? Также вычислите сколько было булочек только с повидлом и только с маком.

7. Сколько человек участвует в прогулке, если известно, что 16 из них взяли бутерброд с ветчиной, 24 - с колбасой, 15 - с сыром, 11 и с ветчиной, и с колбасой, 8 и с ветчиной, и с сыром, 12 и с колбасой, и с сыром, 6 - бутерброды всех видов, а 5 - взяли пирожки?

8. Из 37 студентов, побывавших на каникулах в Москве, все, кроме двоих, делились впечатлениями. О посещении Большого театра с восторгом вспомнили 12 человек, Кремля - 14, а 16 - о концерте, по три студента запомнили посещения театра и Кремля, а также театра и концерта, а четверо – концерта и пребывания в Кремле. Сколько студентов сохранили воспоминания одновременно о театре, концерте и Кремле?

9. В хлебопекарне испекли 300 пирожков. Среди них всего с мясом 116, с рисом 94 пирожка. Только с капустой 30, только с мясом 58, только с рисом 42, только с капустой и рисом 20, количество пирожков с капустой и с мясом равно количеству пирожков с рисом и мясом. Сколько пирожков со всеми тремя начинками сразу, сколько всего с капустой, сколько без начинки.

**Сделайте вывод.**

## Практическая работа

## профессионально-ориентированного содержания №16

**Тема: Вероятность в профессиональных задачах Цель: научиться вычислять вероятности событий.**

### Теоретические сведения:

Случайное событие – это любой факт, который в результате испытания может произойти или не произойти. Случайное событие – это результат испытания.

Испытание (опыт, эксперимент) – в этом определении понимается определение определенного комплекса условий, в которых наблюдается то или иное явление, фиксируется тот или иной результат. Испытание может проводиться человеком, но может осуществляться и независимо от человека. Человек в этом случае выступает в роли наблюдателя.

События обозначаются начальными прописными (заглавными) буквами латинского алфавита **A, B, C**.

1. Достоверное событие – это событие, которое в результате испытания обязательно должно произойти.

2. Невозможное событие – это событие, которое в результате испытания вообще не может произойти.

События называются несовместимыми, если наступление одного из них исключает появление другого. В противном случае события – совместные.

Противоположные события: два события  $A$  и  $\bar{A}$  называются противоположными, если не появление одного из них в результате данного испытания влечет появление другого. ( $\bar{A}$  читается «не  $A$ »).

### Вероятность случайного события

Численная мера степени объективности возможности наступления события называется *вероятностью случайного события*.

*Классическое определение* вероятности события  $A$ :

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятность события  $A$  равна отношению числа случаев, благоприятствующих событию  $A$  ( $m$ ), к общему числу случаев ( $n$ ).

### Пример 1

Лабораторная крыса, помещенная в лабиринт, должна избрать один из пяти возможных путей. Лишь один из них ведет к поощрению в виде пищи. В предположении, что крыса с одинаковой вероятностью изберет любой путь, какова вероятность выбранного пути, ведущего к пище?

*Решение:*  $1/5$

### Пример 2

При бросании игральной кости, возможно, шесть исходов: выпадение 1, 2, 3, 4, 5, 6 очков. Какова вероятность появления четного числа очков?

*Решение:*  $P(A) = 3/6 = 1/2$

Событие  $A$  – «появление четного числа очков» благоприятствуют 3 исхода (2, 4 и 6 очков).

### Пример 3

Все натуральные числа от 1 до 30 записаны на одинаковых карточках и помещены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 5?

*Решение:*

Обозначим через А событие, состоящее в том, что число на взятой карточке кратно 5. В данном испытании имеется 30 равновозможных исходов, из которых событию А благоприятствуют 6 исходов (5, 10, 15, 20, 25, 30).

Следовательно,  $P(A) = 6/30 = 0,2$

### Пример 4

Подбрасывают 2 монеты. Какова вероятность, что обе упадут «гербом» кверху?

*Решение:*

4 исхода бросания монет: ГГ, ГР, РГ, РР.

Пусть событие А – «выпали 2 герба» - этому событию благоприятствует один исход.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$$

### Пример 5

Подбрасываются два игральных кубика, подсчитывается сумма очков на верхних гранях. Что вероятнее – получить в сумме 7 или 8?

*Решение:*

Обозначим события: А – «выпало 7 очков», В – «выпало 8 очков».

Событию А благоприятствуют 6 элементарных исходов: (1;6), (2;5), (3;4), (4;3), (5;2), (6;1).

Событию В благоприятствует 5 исходов: (2;6), (3;5), (4;4), (5;3), (6;2). Всех равновозможных исходов  $n=6 \cdot 6 = 36$ .

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,167, \quad P(B) = \frac{5}{36} = 0,139$$

Итак,  $P(A) > P(B)$  получить в сумме 7 очков более вероятное событие, чем в сумме 8 очков.

### Статистическое определение вероятности

Относительная частота события – это доля тех фактически проведенных испытаний, в которых событие А появилось  $W = P^*(A) = m/n$ . Это опытная экспериментальная характеристика, где m – число опытов, в которых появилось

событие А; n – число всех проведенных опытов.

Вероятностью события называется число, около которого группируются значения частоты данного события в различных сериях большого числа испытаний

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}$$

### Пример 6

Из 982 больных, поступивших в хирургическую больницу за месяц, 275 человек имели травмы. Какова относительная частота поступления больных с этим видом заболевания?

Решение:  $P^*(A) = \frac{275}{982}$

### Пример 7

При стрельбе по мишени частота  $w=0,75$ . Найти число попаданий при 40 выстрелах.

Решение:  $W = \frac{m}{n} \Rightarrow m = Wn; m = 0,75 \cdot 40 = 30.$

Ответ: было получено 30 попаданий.

### Закон сложения вероятностей

Сумма двух событий – это такое событие, при котором появляется хотя бы одно из этих событий (А или В).

Если А и В совместные события, то их сумма А+В обозначает наступление события А или события В, или обоих событий вместе.

Если А и В несовместимые события, то сумма А+В означает наступление или события А или события В.

### Пример 8

Победитель соревнования награждается призом (событие А), денежной премией (событие В), медалью (событие С). Что представляют собой события А+В?

Решение:

События А+В состоит в награждении победителя или призом денежной премией, или тем и другим.

### Пример 9

Турист имеет возможность посетить 3 города: А, В и С. Обозначаем события: А – турист посетил город А; В- турист посетил город В; С-турист посетил город С. В чем заключается событие А+С?

Решение:

Турист посетил только один из городов А или С, или он посетил их оба.

Вероятность суммы двух несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B)=P(A)+(B).$$

Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей их совместного появления:

$$P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB).$$

Сумма вероятностей дискретных событий, образующих полную группу, равна единице

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots = P(A_n) = 1$$

Или

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

### Пример 10

Пусть вероятность того, что забег выигрывает Джим, равна  $1/3$ , а вероятность того, что забег выиграет Том, равна  $1/5$ . Какова вероятность того, что забег выиграет один из них?

Решение:  $P(A + B) = 1/3 + 1/5 = 8/15$

### Пример 11

Вероятность того, что у взрослого пациента все зубы сохранились равна  $0,67$ . Вероятность того, что некоторые зубы отсутствуют равна  $0,24$ . Вероятность того, что он беззубый равно  $0,09$ . Вычислить вероятность того, что у пациента несколько зубов.

Решение:  $P(A+B)=P(A)+P(B)=0,67+0,24=0,91$ .

### Пример 12

Вероятность попадания в опухолевую клетку «мишень» первого радионуклида равна  $P = 0,7$ , а второго  $\bar{P} = 0,8$ . Найти вероятность попадания в клетку - «мишень», если бы одновременно использовались оба препарата.

Решение:

$$P(A+B)=P(A)+P(B) - P(A \cdot B)=0,7+0,8 - 0,56=0,94.$$

Для непрерывных случайных величин условие нормировки имеет вид:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

### Пример 13

В большой популяции плодовой мушки 25% мух имеют мутацию глаз, 50% - мутацию крыльев, а 40% мух с мутацией глаз и крыльев. Какова вероятность того, что у мухи, наудачу выбранной из этой популяции, окажется хотя бы одна из этих мутаций?

Решение:

$A$  – Событие, состоящее в том, что случайно выбранная муха имеет мутации глаз.  $B$  есть событие, состоящее в том, что случайно выбранная муха имеет мутацию крыльев. Вероятность того, что муха имеет одну или обе мутации:

$$P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB).$$

Тогда  $P(A+B)=0,25+0,5 - 0,4 \cdot 0,25=0,65$ .

### Условная вероятность

Условная вероятность события В – это вероятность события В, найденная при условии, что событие А произошло. Обозначается  $P(A/B)$ .

#### Пример 14

В коробке содержатся 3 белых и 3 желтых таблетки. Из коробки дважды вынимают наугад по одной таблетке, не возвращая их в коробку. Найти вероятность появления белых таблеток при втором испытании (событие В), если при первом испытании была извлечена желтая таблетка (событие А).

Решение:

После первого испытания в коробке осталось 5 таблеток, из них 3 белых. Искомое условие вероятности:  $P(B/A) = 3/5 = 0,6$ .

#### Пример 15

В коробке находится 8 красных и 6 белых таблеток. Из коробки последовательно без возвращения извлекают 3 таблетки. Найти вероятность того, что все 3 таблетки белые.

Решение:

Обозначим;  $A_1$  - первая таблетка белая,  $A_2$  - вторая таблетка белая,  $A_3$  - третья таблетка белая.

$$P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1) P(A_2 / A_1) \cdot P(A_3 / A_1 A_2);$$

$$P(A_1) = \frac{6}{14}; \quad P(A_2 / A_1) = \frac{5}{13}; \quad P(A_3 / A_1 A_2) = \frac{4}{12};$$

$$P(A) = P(A_1 A_2 A_3) = \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{12} = \frac{5}{91} = 0,055.$$

#### Пример 16

Предположим, что в некоторой семье имеются 2 ребенка.

1. Какова вероятность, что оба ребенка – мальчики?
2. Если известно, что, по крайней мере, один из детей – мальчик, то какова вероятность того, что оба ребенка – мальчики?
3. Если известно, что старший ребенок – мальчик, то вероятность того, что оба ребенка – мальчики?

Решение:

1. Четыре равновероятных события ММ, МД, ДМ ДД;  $P(ММ) = 1/4$ .
2. Исключается вариант ДД:  $P(ММ) = 1/3$ .
3. Варианты только: ММ, МД:  $P(ММ) = 1/2$ .

#### Закон умножения вероятностей

Произведение двух событий – это событие, состоящее в совместном появлении этих событий (А и В).

#### Пример 17

Пусть имеются следующие события: А – «из колоды карт вынута дама»; В – «из колоды карт вынута карта пиковой масти». Что представляет собой событие АВ?

Решение: АВ есть событие «вынута дама пик».

События В называются независимыми от события А, если появление события

А не изменяет вероятности появления события В.

Вероятность появления нескольких независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

Для зависимых событий:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A).$$

Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое событие произошло.

### Пример 18

Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет.

Решение:  $P(A/B) = P(A) \cdot P(B) = 1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ .

### Пример 19

Вероятность того, что у взрослого пациента все зубы сохранились равна 0,67. Какова вероятность того, что у двух не имеющих отношения друг к другу больных, ожидающих приема в кабинете стоматолога, есть все зубы?

Решение:  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0,67 \cdot 0,67 = 0,45$ .

### Пример 20

Найти вероятность того, что в семье из двух детей:

1) оба ребенка – мальчики; 2) оба ребенка – девочки; 3) старший ребенок мальчик, а младший – девочка. Вероятность рождения мальчика – 0,515.

Решение:

$$P(MM) = P(M) \cdot P(M) = 0,515 \cdot 0,515 = 0,265; \quad P(DD) = 0,485 \cdot 0,485 = 0,235;$$

$$P(MD) = 0,515 \cdot 0,485 = 0,25$$

### Практическая часть:

#### Вероятность в задачах технологического профиля (уровень А-Б-С)

1. Два станка работают независимо друг от друга. Вероятность того, что первый станок проработает смену без наладки, равна 0,9, а второй – 0,8. Найти вероятность того, что:

а) оба станка проработают смену без наладки,

б) оба станка за смену потребуют наладки.

2. Вероятности бесперебойной работы для каждого из двух станков соответственно равны 0,95 и 0,8. Найти вероятность того, что за смену:

а) произойдет остановка только одного станка; б) остановится хотя бы один станок.

3. Рабочий обслуживает три станка. Вероятности того, что станки потребуют внимания рабочего в течение часа, соответственно равны  $p_1=0,9$ ,  $p_2=0,8$ ,  $p_3=0,7$ . Найти вероятность того, что в течение некоторого часа внимания рабочего потребует:

1) все станки,

2) ни один станок,

- 3) какой-либо один станок,
- 4) какие-либо два станка,
- 5) хотя бы один станок.
4. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность выхода из строя за смену для них, соответственно, равна 0,75; 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что за смену выйдут из строя не менее двух станков.
5. Рабочий обслуживает 4 станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение смены первый станок потребует внимания рабочего, равна 0,3, второй – 0,6, третий – 0,4 и четвёртый – 0,25. Найти вероятность того, что в течение смены хотя бы один станок потребует внимания мастера.
6. Рабочий обслуживает пять однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего в течение дня, равна 0,3. Найти вероятность того, что в течение дня этих требований будет ровно четыре.
7. Вероятность поломки одного из 6 работающих независимо друг от друга станков равна 0,2. Если происходит поломка, станок до конца дня не работает. Найдите вероятность того, что в течение дня сломается более 2 станков.
8. На рабочем участке 5 однотипных станков. Вероятность того, что каждый из них исправен, равна 0,8. Плановое задание может быть выполнено, если исправно не менее 3 станков. Найдите вероятность, что задание будет выполнено.
9. В цехе работают 8 станков. Вероятность безотказной работы каждого 0,9. Найти вероятность того, что хотя бы один станок откажет в работе.
10. Вероятность приема радиосигнала при каждой передаче равна 0,86. Найти вероятность того, что при пятикратной передаче сигнал будет принят: а) четыре раза, б) не более четырех раз.
11. Разрыв электрической цепи происходит в том случае, когда выходит из строя хотя бы один из трех последовательно соединенных элементов. Элементы выходят из строя соответственно с вероятностями 0,3; 0,4; 0,6. Найти вероятность того, что: а) не будет разрыва в цепи; б) выйдет из строя ровно 2 элемента.

### **Практическая работа**

#### **профессионально-ориентированного содержания №17**

**Тема: Графическое представление данных**

**Цель:** выработать навыки представления выборки и нахождения статистических характеристик выборки.

**Графическое представление данных**, метод наглядного изображения и обобщения данных о социально-экономических явлениях посредством геометрических образов, рисунков или схематических географических карт и пояснительных надписей к ним. Графическое представление статистических данных отчётливо и наглядно отображает взаимосвязь между явлениями и процессами общественной жизни, основные тенденции их развития, степень их распространения в пространстве; позволяет увидеть как всю совокупность явлений в целом, так и отдельные его части.



Для графического представления статистических данных используются разнообразные виды статистических графиков. Каждый график состоит из графического образа и вспомогательных элементов. К ним относятся: экспликация графика, пространственные ориентиры, масштабные ориентиры, поле графика. Вспомогательные элементы делают возможным чтение графика, его понимание и использование. Графики можно классифицировать по ряду признаков: в зависимости от формы графического образа они могут быть точечными, линейными, плоскостными, пространственными и фигурными. По способу построения графики делятся на диаграммы и статистические карты.

Наиболее распространённый способ графических изображений - диаграмма. Это чертёж, на котором статистические данные представлены как геометрические фигуры или знаки, а территория, к которой относятся эти данные, указана только словесно. Если диаграмма наложена на географическую карту или на план территории, к которой относятся статистические данные, то график называется картодиаграммой. Если же статистические данные изображены путём штриховки или раскраски соответствующей территории на географической карте или плане, то график называется картограммой.

Для сравнения одноимённых статистических данных, характеризующих разные объекты или территории, могут быть использованы различные виды диаграмм. Наиболее наглядны столбиковые диаграммы, на которых статистические данные изображаются в виде вытянутых по вертикали прямоугольников. Их наглядность достигается сравнением высоты столбиков (рис. 1).

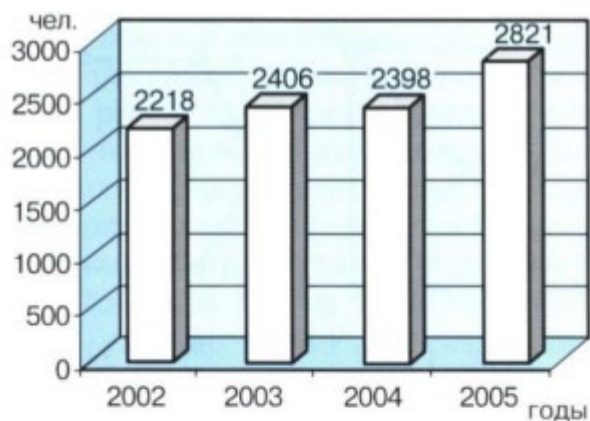


Рис. 1. Динамика трудоустройства граждан в регионе (2002–05).

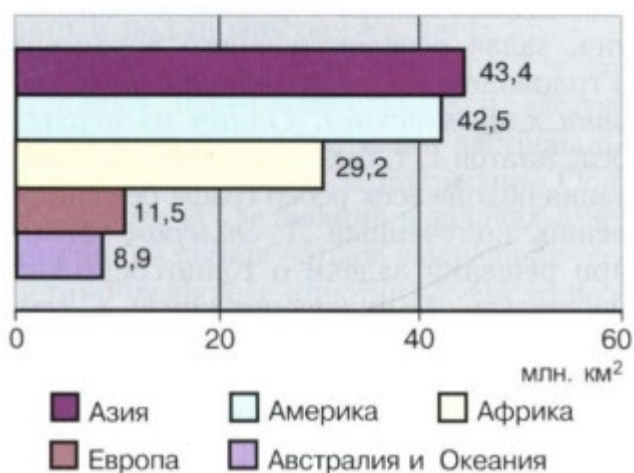


Рис. 2. Площади частей света.

Если базовая линия расположена вертикально, а столбики горизонтально, то диаграмма называется полосовой (ленточной). На рисунке 2 приведена полосовая диаграмма сравнения, характеризующая территорию земного шара.

Диаграммы, предназначенные для популяризации, иногда строятся в виде стандартных фигур - рисунков, характерных для изображаемых статистических данных, что делает диаграмму более выразительной, привлекает к ней внимание. Такие диаграммы называются фигурными или изобразительными (рис. 3).



Рис. 3. Потребление пива на душу населения (литров, 2002).

Большую группу показательных графиков составляют структурные диаграммы. Метод графического изображения структуры статистических данных заключается в составлении структурных круговых или секторных диаграмм (рис. 4).



Рис. 4. Удельный вес иностранных инвестиций в промышленность региона (2005).

Для изображения и анализа развития явлений во времени строятся диаграммы динамики: столбиковые, ленточные, квадратные, круговые, линейные, радиальные и др. Выбор вида диаграммы зависит от особенностей исходных данных, цели исследования. Например, если имеется ряд динамики с несколько неравноотстоящими уровнями во времени (1913, 1940, 1950, 1980, 2000, 2005), то используют столбиковые, квадратные или круговые диаграммы. Они зрительно впечатляют, хорошо запоминаются, но не пригодны для изображения большого числа уровней. Если число уровней в ряду динамики велико, то применяются линейные диаграммы, которые воспроизводят процесс развития в виде непрерывной ломаной линии (рис. 5).

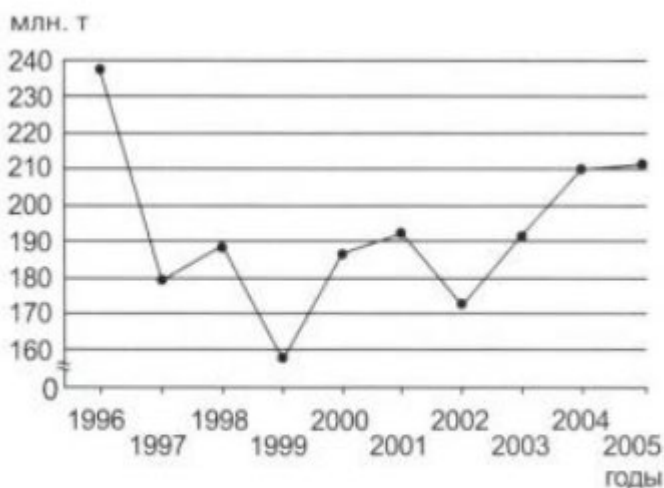


Рис. 5. Динамика валового сбора зерновых культур в регионе (1996–2005).

Нередко на одном линейном графике приводится несколько кривых, дающих сравнительную характеристику динамики различных показателей или одного и того же показателя в разных странах (рис. 6).

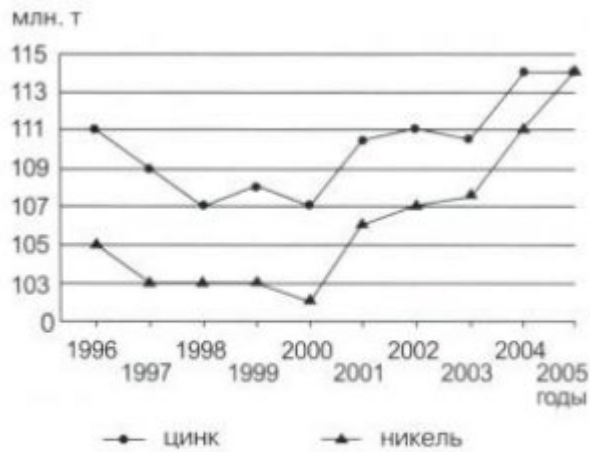


Рис. 6. Динамика производства никеля и цинка в регионе (1996–2005).

Для отображения зависимости одного показателя от другого строится диаграмма взаимосвязи. Один показатель принимается за X, а другой за Y (т. е. функцию от X). Строится прямоугольная система координат с масштабами для показателей, и в ней вычерчивается график (рис. 7).

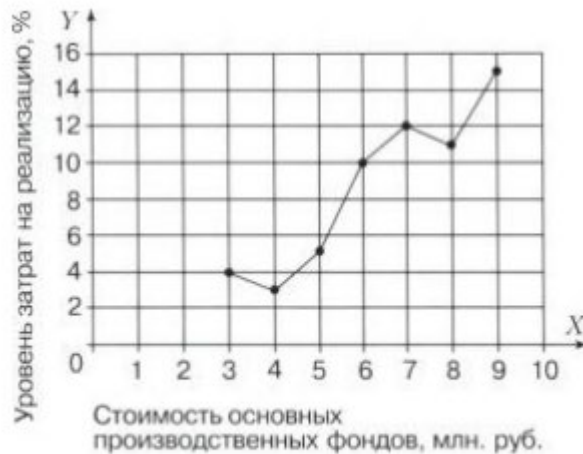
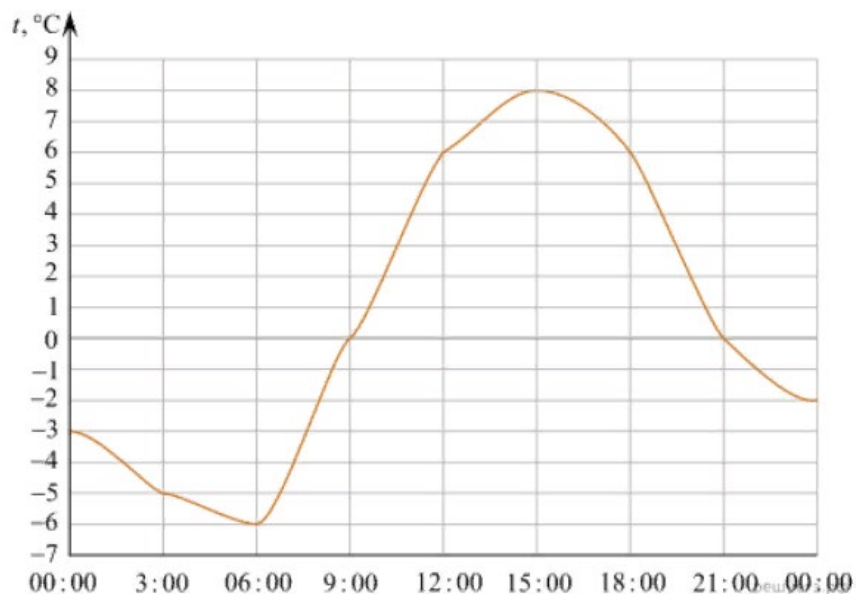


Рис. 7. Зависимость уровня затрат на реализацию продукции от стоимости основных производственных фондов.

Развитие вычислительной техники и прикладного программного обеспечения сделало возможным создание географических информационных систем (ГИС), представляющих качественно новый этап в графическом представлении информации. ГИС обеспечивают сбор, хранение, обработку, доступ, отображение и распространение пространственно-координированных данных; включают большое количество графических и тематических баз данных в соединении с модельными и расчётными функциями, позволяющими представлять информацию в пространственном (картографическом) виде, получать в различном масштабе многослойные электронные карты региона. По территориальному охвату различают глобальные, субконтинентальные, государственные, региональные и локальные виды ГИС. Предметная ориентация ГИС определяется решаемыми с её помощью задачами, среди которых могут быть инвентаризация ресурсов, анализ, оценка, мониторинг, управление и планирование.

### Практическая часть:

1. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



Пользуясь диаграммой, установите связь между промежутками времени и характером изменения температуры.

#### ПРОМЕЖУТКИ ВРЕМЕНИ

- А) 00:00–06:00
- Б) 06:00–12:00
- В) 12:00–18:00
- Г) 18:00–00:00

#### ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

- 1) Температура была отрицательна
- 2) Температура была положительна
- 3) Температура росла быстрее всего
- 4) Температура уменьшалась быстрее всего

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

**Решение.** В промежутке времени от 00:00 до 06:00 температура была отрицательна — упала с  $-3^{\circ}$  до  $-6^{\circ}$  (А — 1).

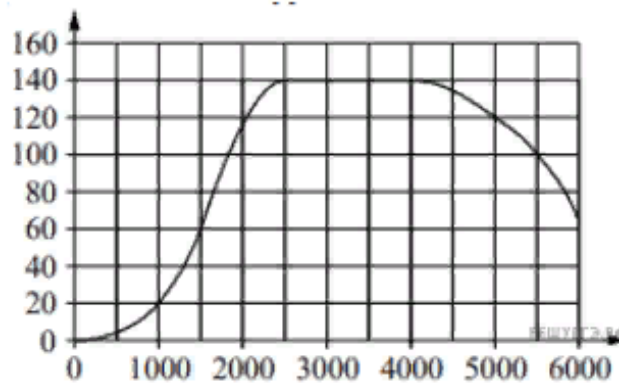
В промежутке времени от 06:00 до 12:00 температура росла быстрее всего — поднялась аж на  $12^{\circ}$  (Б — 3).

В промежутке времени от 12:00 до 18:00 температура была положительна — не опускалась ниже  $6^{\circ}$  (В — 2).

В промежутке времени от 18:00 до 00:00 температура уменьшалась быстрее всего — упала аж на  $8^{\circ}$  (Г — 4).

2. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа

его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$ .



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента на этом интервале.

**Решение.** На интервале 0–500 об./мин. при увеличении числа оборотов крутящий момент не превышает 20  $\text{Н} \cdot \text{м}$  на всем интервале.

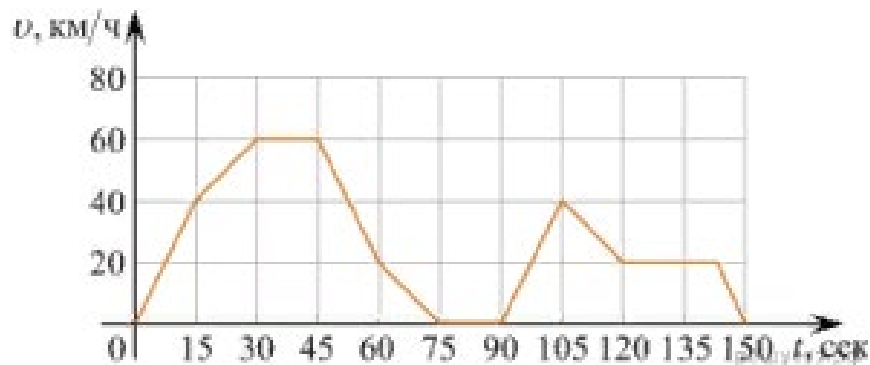
На интервале 1000–2500 об./мин. при увеличении числа оборотов самый быстрый рост крутящего момента.

На интервале 2500–4000 об./мин. при увеличении числа оборотов крутящий момент не меняется.

На интервале 4000–6000 об./мин. при увеличении числа оборотов крутящий момент уменьшается.

Таким образом, получаем соответствие: А — 4, Б — 3, В — 1, Г — 2.

3. На графике изображена зависимость скорости движения легкового автомобиля от времени. На вертикальной оси отмечена скорость легкового автомобиля в км/ч, на горизонтальной — время в секундах, прошедшее с начала движения автомобиля.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику движения автомобиля на этом интервале.

**Решение.** В интервале от 0 до 30 секунд автомобиль увеличивал скорость на всём интервале.

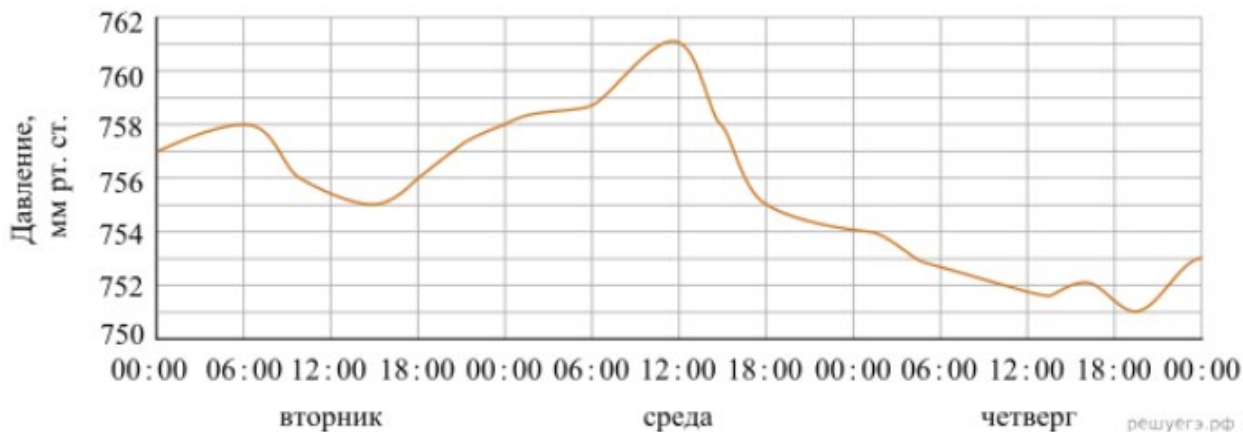
В интервале от 30 до 60 секунд автомобиль ровно 15 секунд ехал с постоянной скоростью.

В интервале от 60 до 120 секунд скорость автомобиля сначала увеличивалась, а потом уменьшалась.

В интервале от 120 до 150 секунд автомобиль ехал с постоянной скоростью больше 15 секунд.

Таким образом, получаем соответствие: А — 3, Б — 4, В — 2 и Г — 1.

4. На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели и время, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба.



Пользуясь диаграммой, установите связь между промежутками времени и характером изменения давления.

#### ПРОМЕЖУТКИ ВРЕМЕНИ

- А) 06:00–18:00 вторника
- Б) 00:00–18:00 среды
- В) 12:00–18:00 среды
- Г) 18:00–00:00 среды

#### ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

- 1) Давление сначала увеличивалось, затем уменьшалось
- 2) Давление сначала уменьшалось, затем увеличивалось
- 3) Давление уменьшалось медленнее всего
- 4) Давление уменьшалось быстрее всего

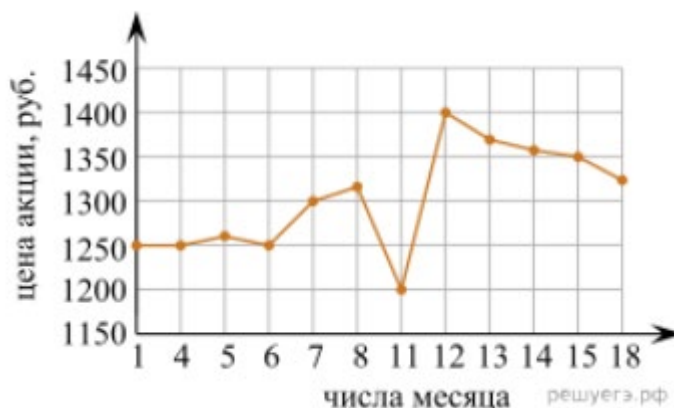
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам  
**Решение.** Во вторник с 06:00 до 18:00 атмосферное давление сначала уменьшалось с 758 мм. рт. ст. до 755 мм. рт. ст., а затем увеличивалось с 755 мм. рт. ст. до 756 мм. рт. ст. (А — 2).

В среду с 00:00 до 18:00 атмосферное давление сначала увеличивалось с 758 мм. рт. ст. до 761 мм. рт. ст., а затем уменьшалось с 761 мм. рт. ст. до 755 мм. рт. ст. (Б — 1).

В среду с 12:00 до 18:00 атмосферное давление уменьшалось быстрее всего — упало аж на 6 мм рт. ст. (В — 4).

В среду с 18:00 до 00:00 атмосферное давление уменьшалось медленнее всего — упало только на 1 мм. рт. ст. (Г — 3).

5. На рисунке показано изменение цены акций компании на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни в период с 1 по 18 сентября 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена акции в рублях за штуку. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику изменения цены акций. В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

#### ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

- А) 1–5 сентября
- Б) 6–8 сентября
- В) 11–13 сентября
- Г) 14–18 сентября

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Наибольшее изменение цены за весь период.
- 2) Цена акций ежедневно снижалась
- 3) Цена акций ежедневно росла
- 4) Минимальное колебание цены акций

**Решение.** А) 1–5 сентября: из графика видно, что цена акций имела минимальное колебание цены, следовательно, вариант 4)

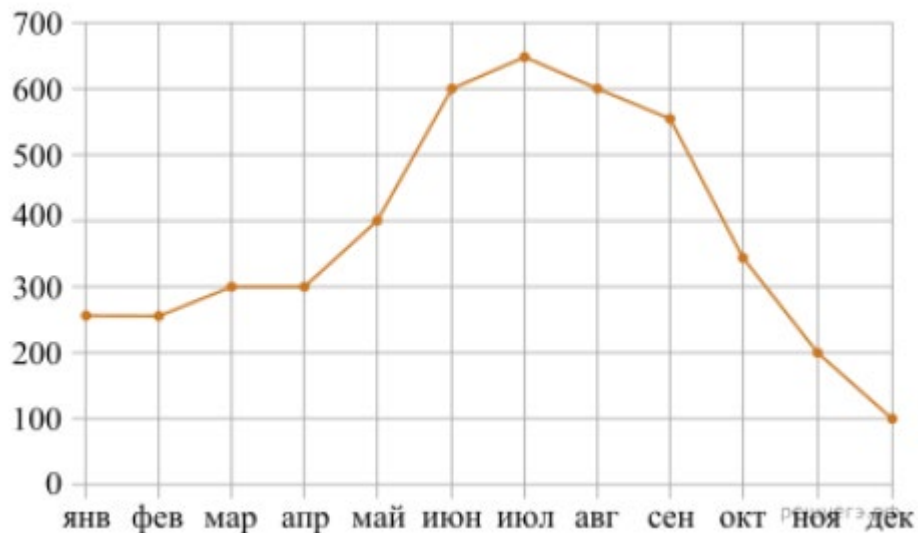
Б) 6–8 сентября: из графика видно, что цена акций ежедневно росла, следовательно, вариант 3)

В) 11–13 сентября: из графика видно, что цена достигла максимума 12 сентября, следовательно, вариант 1)

Г) 14–18 сентября: из графика видно, что цена акций ежедневно снижалась, следовательно, вариант 2)

6. На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж холодильников в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - количество проданных холодильников. Для наглядности точки соединены линией.





Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.

### ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

А) январь-март

Б) апрель-июнь

В) июль-сентябрь

Г) октябрь-декабрь

### ХАРАКТЕРИСТИКИ

1) В первый и второй месяцы периода было продано одинаковое количество холодильников

2) Ежемесячный объём продаж уменьшился более чем на 200 холодильников за весь период

3) Самое медленное уменьшение ежемесячного объёма продаж

4) Ежемесячный объём продаж вырос на 200 холодильников за один месяц

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

**Решение.** Сопоставим периоды времени характеристикам:

А) январь-март - 1)

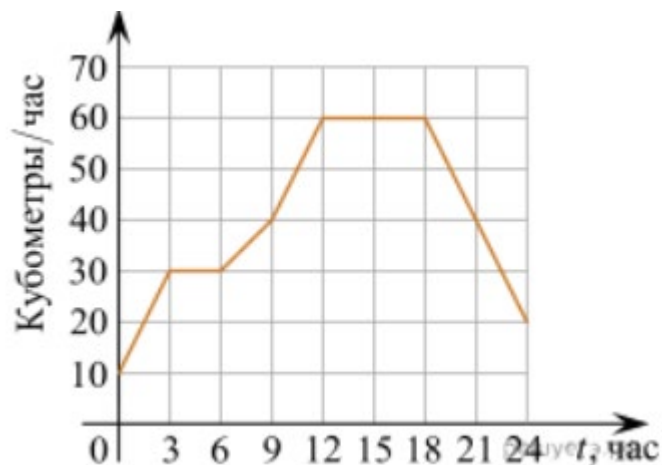
Б) апрель-июнь - 4)

В) июль-сентябрь - 3)

Г) октябрь-декабрь - 2)

Реши самостоятельно:

1. На диаграмме показан график потребления воды городской ТЭЦ в течение суток.



Пользуясь диаграммой, поставьте в соответствие каждому из указанных промежутков времени характеристику потребления воды данной ТЭЦ.

#### ПЕРИОД

- А) Ночь (с 0 до 6 часов)
- Б) Утро (с 6 до 12 часов)
- В) День (с 12 до 18 часов)
- Г) Вечер (с 18 до 24 часов)

#### ХАРАКТЕРИСТИКА ПОТРЕБЛЕНИЯ

- 1) Потребление падало
- 2) Потребление не росло
- 3) Рост потребления был наибольшим
- 4) Потребление было наименьшим

2. В таблице показаны доходы и расходы фирмы за 5 месяцев.

Месяц	Доход, тыс. руб.	Расход, тыс. руб.
Ноябрь	120	85
Декабрь	100	90
Январь	100	95
Февраль	110	100
Март	120	80

Пользуясь таблицей, поставьте в соответствие каждому из указанных месяцев характеристику доходов и расходов в этом месяце.

#### МЕСЯЦЫ

- А) Декабрь Б) Январь В) Февраль Г) Март

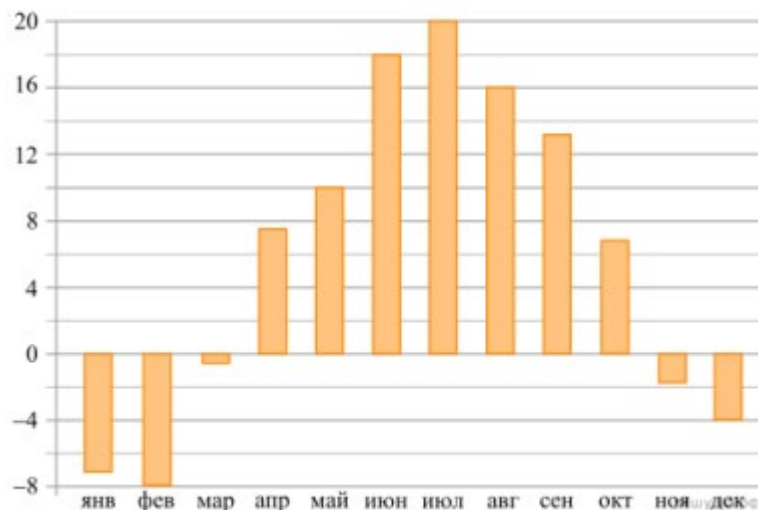
#### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Расход в этом месяце наибольший в период с ноября по март
- 2) Разница между доходом и расходом в этом месяце наибольшая
- 3) Доход в этом месяце меньше, чем доход в предыдущем
- 4) Разница между доходом и расходом в этом месяце наименьшая

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам.

3. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-

Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в Санкт-Петербурге в 1999 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с января по апрель 1994 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Сделайте вывод.

### Практическая работа

#### профессионально-ориентированного содержания №18

**Тема:** Решение текстовых задач практического содержания

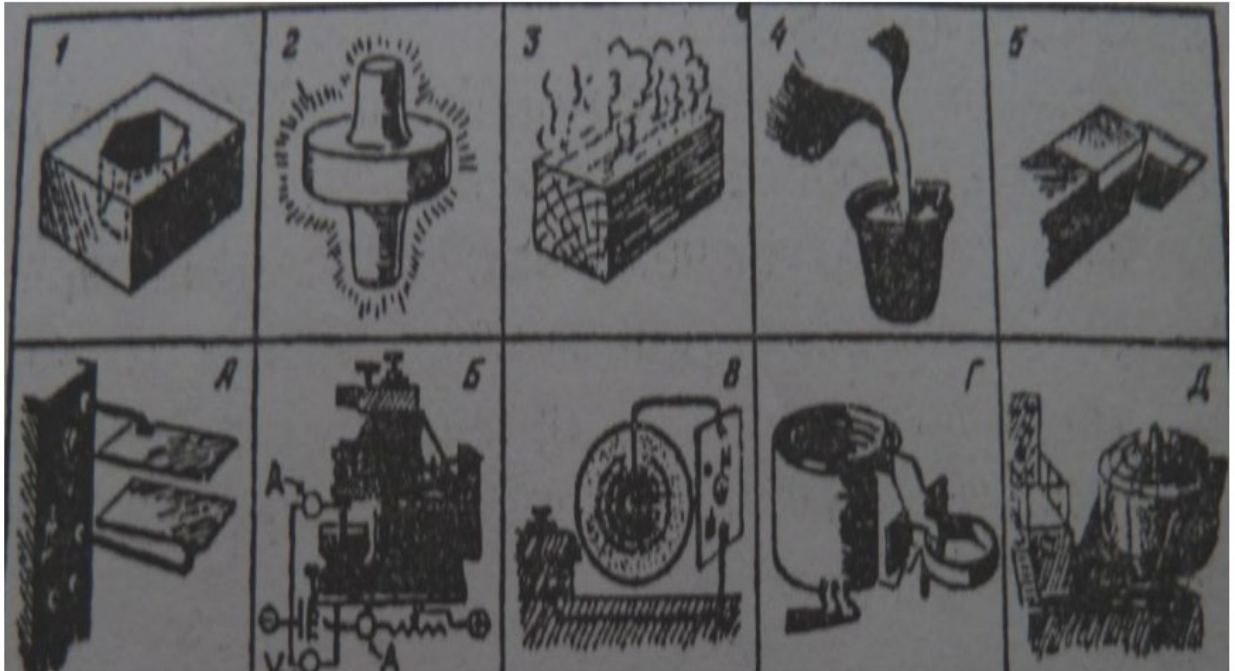
**Цель:** применить полученные знания в решение практических задач.

**Практическая часть:**

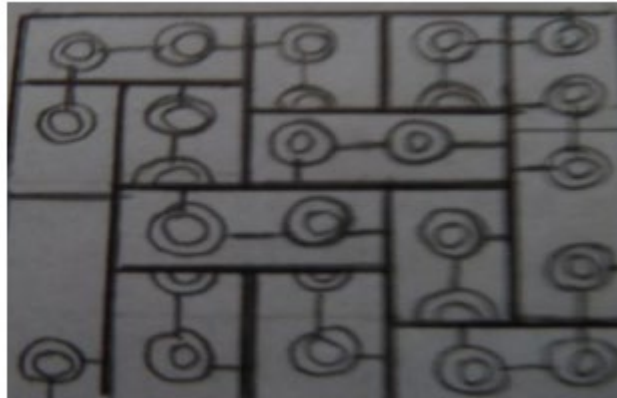
1. Найдены два обрывка железной цепи, составленные из одинаковых звеньев. Один обрывок, будучи, растянут, занимает в длину 36 см, другой – 22 см. Толщина кольца - 0.5см. В длинной цепи на 6 звеньев больше, чем в короткой. Сколько звеньев в каждом обрывке?
2. Кузнецу принесли пять цепей, по три звена в каждой и велели соединить

их в одну цепь. Кузнец стал думать о том, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что четыре. Нельзя ли, однако, выполнить ту же работу, раскрыв меньше колец?

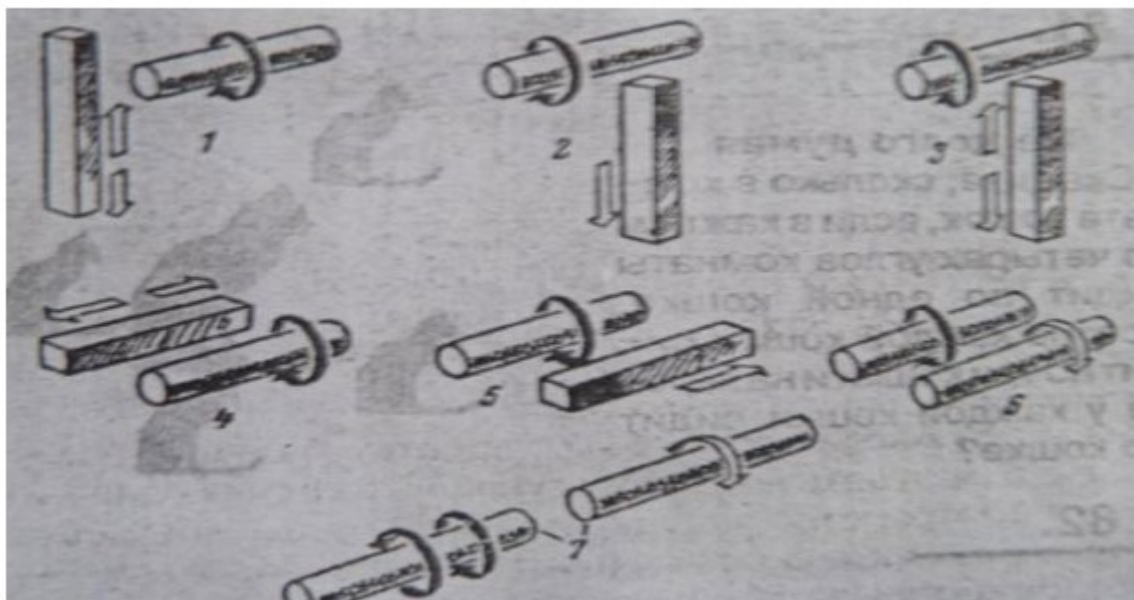
3. На рисунке в перепутанном порядке представлено несколько аппаратов для обработки изделий и результаты этой обработки. Установите соответствие.



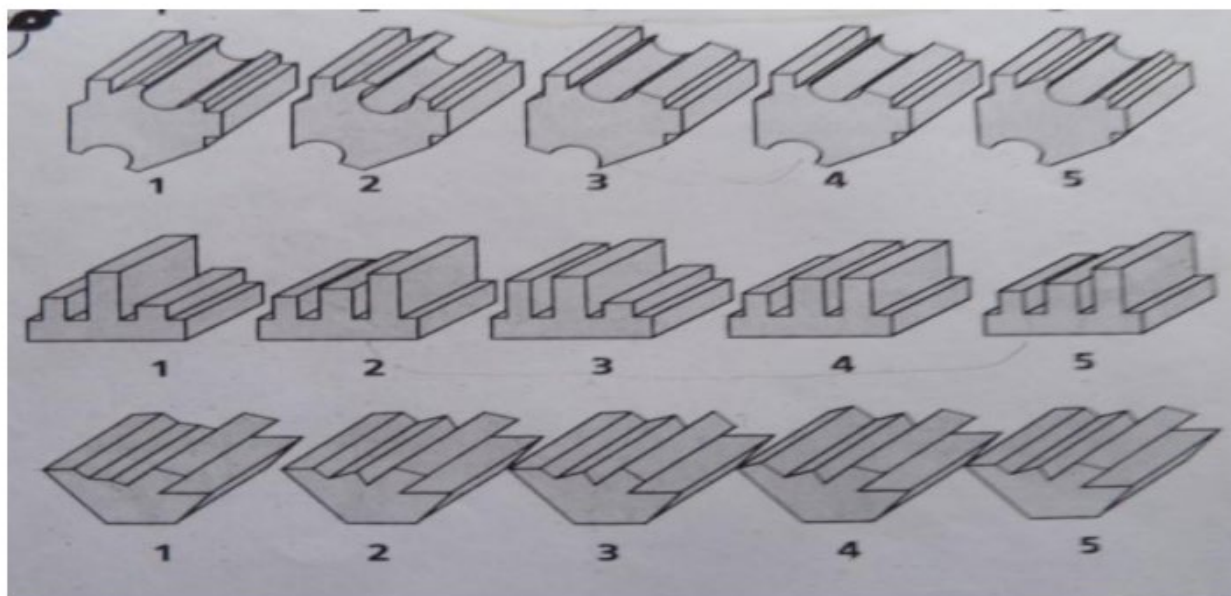
4. Кусочки цепи надо сложить так, чтобы цепь не была разорванной.



5. На рисунке изображены условные детали. Четыре стрелки показывают направление движения одной из деталей. Белыми стрелками показано движение, которое нужно соединить изображенные детали, чтобы осуществить движения, показанные белыми стрелками?



6. Найдите в каждом ряду две одинаковые фигуры



7. Девять труб плотно соединены друг с другом металлическим обручем. Какова должна быть длина обруча.



8. Пять кусков цепи, сделаны из очень толстого железа. Нужен час, чтобы распилить звено, и час, чтобы сварить его. Как можно соединить эти куски в одну длинную цепь быстрее, чем за 8 часов?
9. Зубчатое колесо имеет 75 зубцов и делает 92 оборота в минуту. Сколько оборотов в минуту делает колесо с 5 зубцами, сцепленное с первым?
10. Два шкива связаны ременной передачей. Длина окружности одного шкива равна 528 см и другого 225 см. Первый шкив делает 60 оборотов в мин. Сколько оборотов в минуту делает второй шкив?
11. 25 м медной проволоки имеют массу 100,7 г. Найти диаметр проволоки. (плотность меди  $8,94 \text{ г/см}^3$ )
12. Свинцовая труба (плотность свинца  $11,4 \text{ г/см}^3$ ) с толщиной стенок 4 мм имеет внутренний диаметр 13 мм. Какова масса 25 м этой трубы?
13. Конец винта газовой задвижки имеет правильную трехгранную форму. Какой наибольший размер может иметь каждая грань, если цилиндрическая часть винта имеет диаметр 2 см?
14. Найдите глубину резки при обработке детали, если после двух распилов диаметр детали равен 64 мм (глубина резания не изменяется). Заготовка имела диаметр 76 мм.
15. Шпиндель токарного станка повернут на одну треть полного оборота. На сколько градусов повернут шпиндель?
16. Какого наименьшего диаметра нужно взять цилиндрическую заготовку, чтобы изготовить четырехгранную гайку с длиной ребра 25 мм?
17. У монгольской юрты высота верхнего конуса 2 м, цилиндра - 1,5 м, радиус юрты 4 м. Определить воздушное пространство жилища
18. У восточносибирского чума высота жилища - 4 м, радиус - 3 м. Определить воздушное пространство жилища
19. В яранге эскимосов Аляски высота жилища 4 м, радиус - 4 м. Определить воздушное пространство жилища.

20. Вычислить площадь поперечного сечения траншеи. Размеры даны в метрах.

## Приложение 2. Рубежный контроль

### Контрольная работа № 1

#### Вычисление значений выражений. Уравнения и неравенства.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

#### 1 вариант

**A1.** Вычислите:

$$\frac{0,725 + 0,6 + \frac{7}{40} + \frac{11}{20}}{0,128 \cdot 6\frac{1}{4} - 0,0345} \cdot 0,25.$$

**A2.** Решить уравнения:

1)  $2x^2 + 5x - 1 = 0$ ;    2)  $3x^2 = x$ ;    3)  $\frac{4x-1}{2} - \frac{3x+2}{4} = 1$ .

**B1.** Решить неравенства:

1)  $4 - 2x \leq 1 - (4x - 1)$ ;    2)  $\frac{2x-1}{5-x} \geq 0$ .

**B2.** Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

**C.** Решите уравнения:

1)  $5 \cdot (x-1)^2 = 3 - 4x + 5x^2$ ;    2)  $\sqrt{x+2} = x$ .

#### 2 вариант

**A1.** Вычислите:

$$\frac{0,425 + 0,9 + \frac{7}{40} + \frac{11}{20}}{0,5 \cdot 1\frac{3}{5} - 0,023} \cdot \frac{1}{4}.$$

**A2.** Решить уравнения:

1)  $4x^2 - 5x - 6 = 0$ ;    2)  $-3x^2 = x$ ;    3)  $\frac{4x-1}{3} - \frac{3x+2}{6} = 1$ ;

**B1.** Решить неравенства:

1)  $2(1-x) \geq 5x - (3x+2)$ ;    2)  $\frac{2x+1}{5-x} \geq 0$ .

**B2.** Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases}$$

**C.** Решите уравнения:



1)  $5 \cdot (x+2)^2 = 3 - 4x + 5x^2$ ; 2)  $\sqrt{x-11} = x$ .

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A2	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B1- B2	6	Каждый правильный ответ 2 балла
C	6	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **16 баллов**

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5» (отлично)	16 - 15
« 4» (хорошо)	14 - 13
« 3» (удовлетворительно)	12 - 10
« 2» (неудовлетворительно)	менее 10

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1	1
A2	1) $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$ ; 2) 0; $\frac{1}{3}$ ; 3) 1,6.	1) 2; $-\frac{3}{4}$ ; 2) 0; $-\frac{1}{3}$ ; 3) 2.
B1	1) $x \leq -1$ ; 2) $x \in [0, 5; 5)$ .	1) $x \leq 1$ ; 2) $x \in [-0, 5; 5)$
B2	(5; 1)	(0; 3)
C	1) $\frac{1}{3}$ ; 2) 2.	1) $-\frac{17}{24}$ ; 2) нет корней.

### Контрольная работа № 2

#### Перпендикуляр и наклонная. Свойства перпендикулярности прямой и плоскости.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

#### 1 вариант

#### Уровень А.

**Ответ на предложенные вопросы. В каждом ответе обоснуй свою точку зрения.**

1. Могут ли скрещивающиеся прямые быть перпендикулярными?
2. Какие между собой две прямые перпендикулярные к одной плоскости?
3. Могут ли быть  $\perp$  к одной плоскости две стороны одного треугольника?
4. Прямая  $\perp$  к одной из двух пересекающихся плоскостей, может ли она быть  $\perp$  к другой плоскости?

5. Если две плоскости  $\perp$  к одной прямой, каковы они между собой?
6. Сколько наклонных можно провести из одной точки к плоскости?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен  $70^\circ$ ?

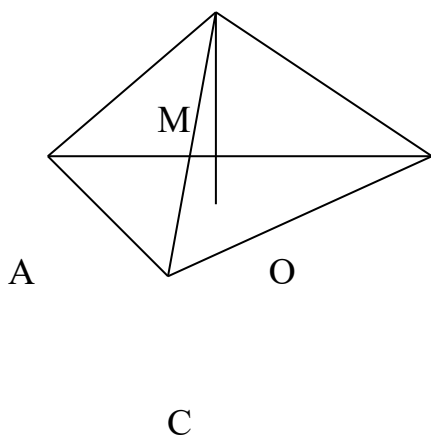
**Уровень В.**

**Решите задачи.**

8. Переключатель длиной 5 м лежит своими концами на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?
9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 5 см и 8 см. Проекция одной из них на  $3$  см больше другой. Найдите проекции наклонных.

**Уровень С.**

10. Расстояние от точки  $M$  до каждой из вершин правильного треугольника  $ABC$  равно 4 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до плоскости  $ABC$ , если  $AB = 6$  см.



- а) 4 см;
- б) 8 см;
- в) 6 см;
- г) 2 см.

**2 вариант  
Уровень А.**

**Ответ на предложенные вопросы. В каждом ответе обоснуйте свою точку зрения.**

1. Как расположены друг к другу рёбра, выходящие из одной вершины куба?
2. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, будет ли вторая прямая, тоже перпендикулярна к этой плоскости?
3. Могут ли быть  $\perp$  к одной плоскости две стороны трапеции?
4. Что называют расстоянием от точки до плоскости?
5. Сколько перпендикуляров можно провести из одной точки к плоскости?
6. Может ли перпендикуляр быть длиннее наклонной, проведённой из этой же точки?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен  $120^\circ$ ?

**Уровень В.**

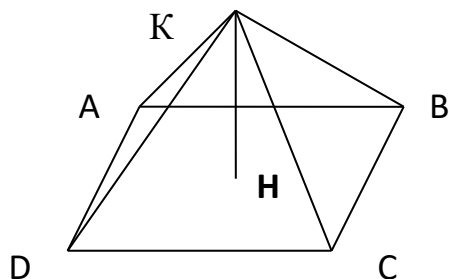
**Решите задачи.**

8. Какой длины нужно взять переключатель, чтобы её можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 4 м и 8 м, поставленные на расстоянии 3 м одна от другой?

9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекции наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите длины наклонных.

### Уровень С.

10. Расстояние от точки  $K$  до каждой из вершин квадрата  $ABCD$  равно 5 см. Найдите расстояние от точки  $K$  до плоскости  $ABC$ , если  $AB = 3\sqrt{2}$  см.



- а) 4 см;
- б)  $4\sqrt{2}$  см;
- в) 2 см;
- г)  $\sqrt{34}$  см.

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
8 - 9	4	Каждый правильный ответ 2 балла
10	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 14 баллов

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	14 - 13
« 4 » (хорошо)	12 - 11
« 3 » (удовлетворительно)	10 - 9
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 9

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
1	да	⊥
2		да
3	нет	да
4	нет	длина перпендикуляра
5		одну
6	множество	нет
7	да	нет
8	4 м	5 м
9	5 см и 8 см	17 см и 23 см
10	г) 2 см	а) 4 см

### Контрольная работа № 3

## Координаты в пространстве. Действия над векторами.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

### 1 вариант Уровень А.

**Заполните пропуски.**

1. Вектором на плоскости называется ...
2. Вектор изображается ...
3. Модулем вектора называется ...
4. Два вектора в пространстве называются противоположно направленными, если ...
5. При умножении вектора на число ...
6. Два вектора считаются равными, если ...
7. Нулевой вектор коллинеарен ..... вектору.

### Уровень В.

8. Найдите координаты вектора  $\vec{AB}$ , если  $A(5;-1;3)$  и  $B(2;-2;4)$ .
9. Даны векторы  $\vec{a} = \{3; 1; -2\}$  и  $\vec{b} = \{1; 4; -3\}$ . Найдите  $\left| \frac{\vec{a}}{2b} - \frac{\vec{b}}{c} \right|$ .
10. Даны точки  $A(0; 0; 2)$  и  $B(1; 1; -2)$ . На оси  $OY$  найдите точку  $M(0; y; 0)$ , равноудалённую от точек  $A$  и  $B$ . Точка  $O$  – начало координат.

### Уровень С.

11. Являются ли векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{CE}$  коллинеарными, если  $A(5;-1;3)$ ,  $B(2;-2;4)$ ,  $C(3;1;-2)$ ,  $E(6;1;1)$ ?

### Уровень А.

**Заполните пропуски.**

1. Вектором в пространстве называется ...
2. Вектор обозначается ...
3. Длиной вектора называется ...
4. Два вектора в пространстве называются одинаково направленными, если ...
5. Для того, чтобы сложить два вектора, нужно ...
6. Нулевым вектором называется ...
7. Два вектора называются коллинеарными, если ...

### Уровень В.

8. Найдите координаты вектора  $\vec{CD}$ , если  $C(6;3;-2)$  и  $D(2;4;-5)$ .

9. Даны векторы  $\vec{a} = \{5; -1; 2\}$  и  $\vec{b} = \{3; 2; -4\}$ . Найдите  $\left| \vec{a} - 2\vec{b} \right|$ .

10. Даны точки  $A(0; -2; 0)$  и  $B(1; 2; -1)$ . На оси  $OZ$  найдите точку  $M(0; 0; z)$ , равноудалённую от точек  $A$  и  $B$ . Точка  $O$  – начало координат.

### Уровень С.

11. Являются ли векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{CM}$  коллинеарными, если  $C(5;-1;3)$ ,  $M(2;-2;4)$ ,  $A(1;-2;3)$  и  $B(-5;-4;5)$ ?

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
8 - 10	6	Каждый правильный ответ 2 балла
11	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 16 баллов

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	16 - 15
« 4 » (хорошо)	14 - 13
« 3 » (удовлетворительно)	12 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
1	направленный отрезок	направленный отрезок
2	$\vec{a}, \rightarrow$	$\vec{a}, \rightarrow$
3	длина вектора	длина отрезка
4	коллинеарны и их направления не совпадают	их направления совпадают
5	на это число умножаются координаты вектора	сложить их координаты
6	они сонаправлены и их длины равны	вектор, у которого начало и конец совпадают
7	любому	они лежат на параллельных или на одной прямой
8	$\vec{AB} = \{-3; -1; 1\}$	$\vec{CD} = \{-4; 1; -3\}$

9	$2\vec{b} - \vec{c} = \{5; -2; -1\},  2\vec{b} - \vec{c}  = \sqrt{30}$	$\vec{a} - 2\vec{b} = \{-1; -5; 10\},  \vec{a} - 2\vec{b}  = \sqrt{126}$
10	$M(0; 1; 0)$	$M(0; 0; -1)$
11	не коллинеарны	коллинеарны

### Контрольная работа № 4

#### Тригонометрические преобразования выражений.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

#### 1 вариант

**A1.** Вычислите:  $\sin 30^\circ$

- 1) 0,5;      2) 1;      3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      4)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**A2.** На каком из чертежей изображён график функции  $y = \cos(x + \frac{\pi}{6})$

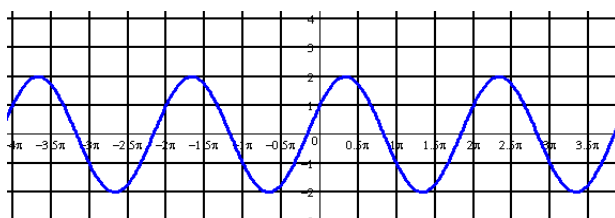


Рис 1

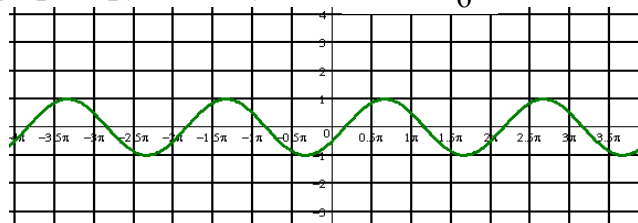


Рис 2

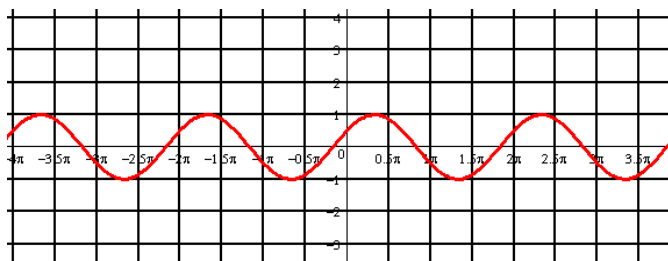


Рис 3

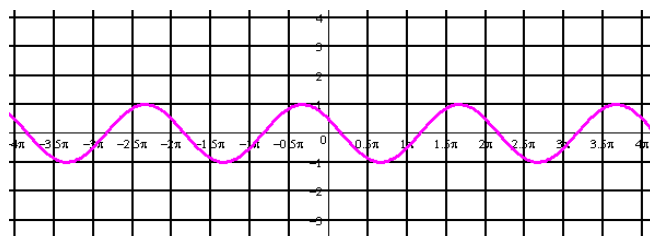


Рис 4

**A3.** Найдите значение выражения:  $2\sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 3\text{ctg } 30^\circ + 9 \text{tg } 30^\circ$

- 1) 4;      2) -4;      3) 6;      4)  $4\sqrt{2}$

**A 4.** Упростите, используя формулы приведения:  $\cos(\pi - \alpha) \cdot \cos(2\pi - \alpha) + \cos^2 \alpha$

- 1)  $2\cos^2 \alpha$ ;      2) 1;      3) 0;      4)  $2\sin^2 \alpha$ .

**A5.** Постройте график функции  $y = 3\sin x$  и укажите область определения и область значений функции.

**A6.** Определите знак выражения:  $\sin 110^\circ \cdot \cos 110^\circ$

- 1) +;      2) -;      3) 0;      4) нет верного ответа.

**В.** По заданному значению тригонометрической функции, найдите значение

$$\operatorname{ctg} \alpha, \text{ если } \sin \alpha = 0,8 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

**С.** Докажите тождество:

$$\frac{2 \sin^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

### 2 вариант

**A1.** Вычислите:  $\cos 30^\circ$

- 1) 0,5;      2) 1;      3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      4)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**A2.** На каком из чертежей изображён график функции  $y = \cos(x - \frac{\pi}{6})$

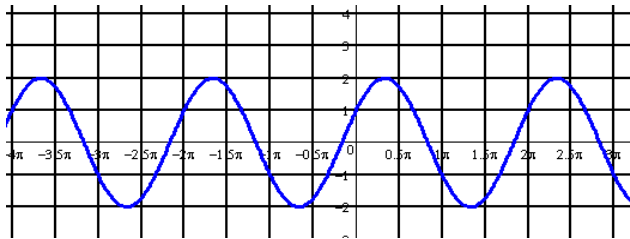


Рис 1

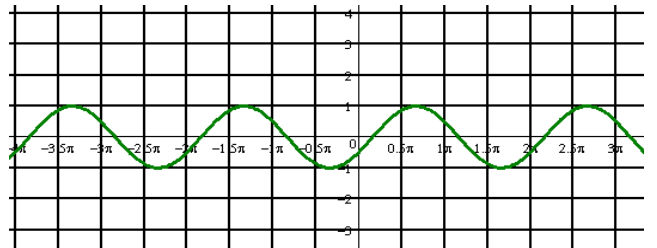


Рис 2

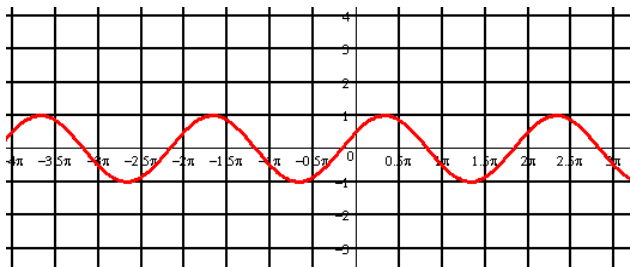


Рис 3

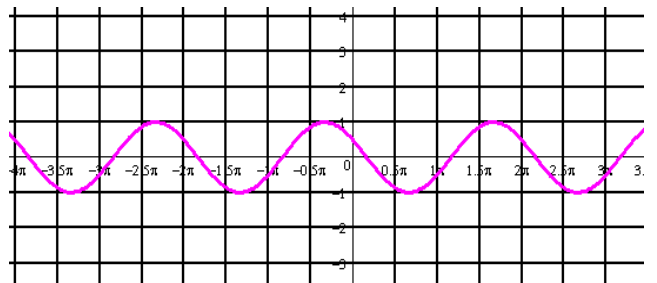


Рис 4

**A3.** Найдите значение выражения:  $2 \cos 30^\circ - 6 \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 30^\circ + 9 \operatorname{tg} 45^\circ$

- 1) 4;      2) -4;      3) 6;      4)  $4\sqrt{2}$ .

**A 4.** Упростите, используя формулы приведения:

$$\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos^2 \alpha$$

- 1)  $2\cos^2 \alpha$ ;      2) 1;      3) 0;      4)  $2\sin^2 \alpha$ .

**A5.** Постройте график функции  $y = 1 + \cos x$  и укажите область определения и множество значений функции.

**A6.** Определите знак выражения:  $\sin 100^\circ \cdot \cos 100^\circ$ .

1) +;                      2) -;                      3) 0;                      4) нет верного ответа.

**B.** По заданному значению тригонометрической функции, найдите значение  $\operatorname{tg} \alpha$ ,

$$\text{если } \cos \alpha = 0,8 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

**C.** Докажите тождество:

$$\frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = -\operatorname{tg} 2\alpha$$

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) 0,5	3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
A2	рис 4	рис 2
A3	1) 4	3) 6
A4	3) 0	2) 1
A5	$x \in R; y \in [-3; 3]$	$x \in R; y \in [0; 2]$
A6	2) -	2) -
B	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
C	Используем формулы двойного угла	Используем формулы двойного угла



**Контрольная работа № 5**  
**Производная.**

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.  
**Время на выполнение работы** 40 минут.

**1 вариант**

**Уровень А.**

**А1.** Найдите  $f'(4)$ , если  $f(x) = 4\sqrt{x} - 5$ .

- 1) 3;    2) 2;    3) -1;    4) 1.

**А2.** Укажите производную функции  $g(x) = x^2 + \cos x$ .

- 1)  $2x + \sin x$ ;    2)  $2x - \sin x$ ;    3)  $\frac{x^3}{3} + \sin x$ ;    4)  $\frac{x^3}{3} - \sin x$ .

**А3.** Уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x-3}{x+4}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -3$  имеет вид:

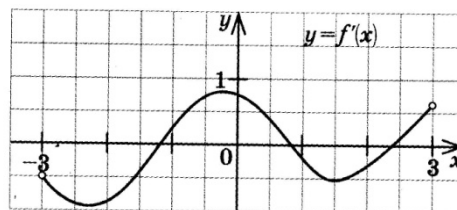
- 1)  $y = 7x + 13$ ;    2)  $y = 7x + 15$ ;    3)  $y = -7x + 15$ ;    4)  $y = -7x + 13$ .

**А4.** Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  (в метрах) от него до точки  $B$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = 3t^2 - 12t + 7$  ( $t$  – время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 72 м/с.

- 1) 16;    2) 15;    3) 14;    4) 13.

**Уровень В.**

**В5.** На рисунке изображён график производной некоторой функции  $y = f(x)$ , заданной на промежутке  $(-3; 3)$ . Сколько точек максимума имеет функция  $f(x)$  на этом промежутке?



**В6.** Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = x^4 - 2x^3 + 3x - 13$  в точке  $x_0 = -1$ .

**В7.** Найдите производные функций: а)  $f(x) = (7x + 4)^5$ ; б)  $y = 3e^{3x} + 2\sin x$ .

**Уровень С.**

**С8.** Найдите сумму тангенсов углов наклона касательных к параболе  $y = x^2 - 9$  в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

**2 вариант**

### Уровень А.

**A1.** Найдите  $f'(16)$ , если  $f(x) = 8\sqrt{x} - 3$ .

- 1) 3;    2) 2;    3) -1;    4) 1.

**A2.** Укажите производную функции  $g(x) = x^2 - \sin x$ .

- 1)  $2x + \cos x$ ;    2)  $2x - \cos x$ ;    3)  $\frac{x^3}{3} + \cos x$ ;    4)  $\frac{x^3}{3} - \cos x$ .

**A3.** Уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x-3}{x+2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -3$  имеет вид:

- 1)  $y = -5x + 23$ ;    2)  $y = -5x + 21$ ;    3)  $y = 5x + 23$ ;    4)  $y = 5x + 21$ .

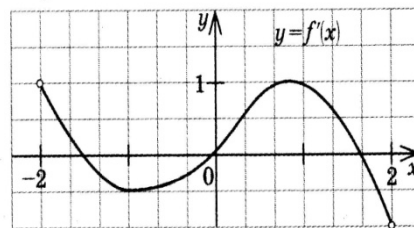
**A4.** Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S(t) = t + 0,4t^2 - 6$  (м), где  $t$  – время движения в секундах.

Найдите скорость тела через 10 секунд после начала движения.

- 1) 10;    2) 9;    3) 8;    4) 7.

### Уровень В.

**B5.** На рисунке изображён график производной некоторой функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-2; 2)$ . Сколько точек минимума имеет функция  $f(x)$  на этом промежутке?



**B6.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = x^5 + 2x^4 + x^3 + 1$  в точке  $x_0 = 1$ .

**B7.** Найдите производные функций: а)  $f(x) = (4x + 7)^3$ ; б)  $y = x \cdot \operatorname{tg} 3x$ .

### Уровень С.

**C8.** Найдите сумму угловых коэффициентов касательных к параболе  $y = x^2 - 4$  в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B5 - B7	6	Каждый правильный ответ 2 балла
C8	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **13 баллов**

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения
---------	---

	отметки
« 5» (отлично)	13 - 12
« 4» (хорошо)	11 - 10
« 3» (удовлетворительно)	9 - 8
« 2» (неудовлетворительно)	менее 8

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1 (4)	1 (4)
A2	$2x - \sin x$ (2)	$2x - \cos x$ (2)
A3	$y = 7x + 15$ (2)	$y = 5x + 21$ (4)
A4	$t = 14$ с (3)	$V(10) = 9$ м/с (2)
B5	1 точка, $x_{max} = 1,8$	1 точка, $x_{min} = 0$
B6	$k = -7$	$k = 16$
B7	а) $35(7x + 4)^4$ ; б) $9e^{3x} + 2\cos x$	а) $12(4x + 7)^2$ ; б) $\operatorname{tg} 3x + \frac{3x}{\cos^2 3x}$
C8	$\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = 6 + (-6) = 0$	$\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = 4 + (-4) = 0$

### Контрольная работа № 6

#### Площади поверхностей многогранников.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

#### 1 вариант

#### Уровень А.

**A1.** Выберите верное утверждение

- а) параллелепипед состоит из шести треугольников;
- б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку;
- в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

**A2.** Количество ребер шестиугольной призмы

- а) 18; б) 6; в) 24; г) 12; д) 15.

**A3.** Наименьшее число граней призмы

- а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 9.

**A4.** Не является правильным многогранником

- а) правильный тетраэдр; б) правильная призма; в) правильный додекаэдр; г) правильный октаэдр.

**A5.** Выберите верное утверждение:

- а) выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер;
- б) правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр – это одно и то же;

в) площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания на высоту.

**А6.** Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется

а) диагональю; б) медианой; в) апофемой.

**А7.** Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий

а) любые две вершины многогранника; б) две вершины, не принадлежащие одной грани;

в) две вершины, принадлежащие одной грани.

### Уровень В.

**В8.** Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда, если стороны его основания 3 см,

4 см, а высота равна 10 см.

### Уровень С.

**С9.** В правильной четырёхугольной пирамиде со стороной основания 8 м, боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^{\circ}$ . Найдите:

а) высоту пирамиды; б) площадь боковой поверхности.

### 2 вариант

### Уровень А.

**А1.** Выберите верное утверждение

а) тетраэдр состоит из четырех параллелограммов;

б) отрезок, соединяющий противоположные вершины параллелепипеда, называется его диагональю;

в) параллелепипед имеет всего шесть ребер.

**А2.** Количество граней шестиугольной призмы

а) 6; б) 8; в) 10; г) 12; д) 16.

**А3.** Наименьшее число ребер призмы

а) 9; б) 8; в) 7; г) 6; д) 5.

**А4.** Не является правильным многогранником

а) правильный тетраэдр; б) правильный додекаэдр; в) правильная пирамида; г) правильный октаэдр.

**А5.** Выберите верное утверждение:

а) правильный додекаэдр состоит из восьми правильных треугольников;

б) правильный тетраэдр состоит из восьми правильных треугольников;

в) правильный октаэдр состоит из восьми правильных треугольников.

**А6.** Апофема – это

а) высота пирамиды; б) высота боковой грани пирамиды;

в) высота боковой грани правильной пирамиды.

**А7.** Усеченная пирамида называется правильной, если

а) ее основания – правильные многоугольники;

- б) она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию;  
 в) ее боковые грани – прямоугольники.

### Уровень В.

**В8.** Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды, у которой сторона основания 8 м, а высота равна 10 м.

### Уровень С.

**С9.** В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 5 м и 12 м, а диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите:

- а) высоту параллелепипеда; б) площадь боковой поверхности.

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
B8	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C9	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **12 баллов**

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	12 - 11
« 4 » (хорошо)	10 - 9
« 3 » (удовлетворительно)	8 - 7
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 7

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	в)	б)
A2	а) 18	б) 8
A3	в) 5	а) 9
A4	б)	в)
A5	а)	в)
A6	в)	в)
A7	б)	б)
B8	$5\sqrt{5}$ м	$\sqrt{132}$ м
C9	$h = 4\sqrt{3}$ м ; $S_{б.п.} = 128$ м <sup>2</sup>	$h = \frac{13\sqrt{3}}{3}$ ; $S_{б.п.} = \frac{442\sqrt{3}}{3}$ м <sup>2</sup>

**Контрольная работа № 7**  
**Первообразная функции. Интеграл.**

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.  
**Время на выполнение работы** 40 минут.

**1 вариант**

**Уровень А.**

**А1.** Вычислите интеграл:

$$a) \int_1^2 (3x^2 + x - 4)dx; \quad б) \int_1^2 \frac{dx}{x^3}.$$

**А2.** Для функции  $f(x) = 3\sin x$  найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку  $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$

**А3.** Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 0,5x^2, y = 0, x = 2, x = 0.$$

**А4.** Докажите, что функция  $F$  является первообразной для функции  $f(x)$  на промежутке

$$(-\infty; +\infty), \text{ если } F(x) = x^3 - 4, \quad f(x) = 3x^2.$$

**Уровень В.**

**В5.** Вычислите интеграл  $\int_0^3 [x^2 + (x-3)^2] dx$

**Уровень С.**

**С6.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 6x - x^2$  и  $y = 2x$ .

**2 вариант**

**Уровень А.**

**А1.** Вычислите интеграл:

$$a) \int_1^2 (4x^3 - x + 5)dx; \quad б) \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^3}.$$

**А2.** Для функции  $f(x) = 2\cos x$  найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку  $M\left(\frac{\pi}{3}; 0\right)$

**A3.** Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2x^2, y = 0, x = 3, x = 0.$$

**A4.** Докажите, что функция  $F$  является первообразной для функции  $f(x)$  на промежутке

$$(-\infty; +\infty), \text{ если } F(x) = 2x - x^2, \quad f(x) = 2 - 2x.$$

### Уровень В.

**B5.** Вычислите интеграл  $\int_0^3 [x^2 + (1-x)^2] dx$

### Уровень С.

**C6.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -6x - x^2$  и  $y = -2x$ .

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B5	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C6	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	а) 4,5; б) $\frac{3}{8}$	а) 18,5; б) $-\frac{3}{8}$
A2	а) $F(x) = -3\cos x + C$ ; б) $F(x) = -3\cos x + 0$ .	а) $F(x) = 2\sin x + C$ ; б) $F(x) = 2\sin x - \sqrt{3}$ .
A3	$S_{\text{фиг}} = \frac{4}{3}$ кв.ед.	$S_{\text{фиг}} = 18$ кв.ед.

A4	$F(x)$ является первообразной для $f(x)$	$F(x)$ является первообразной для $f(x)$
B5	18	12
C6	$S_{\text{фиг}} = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.	$S_{\text{фиг}} = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.

## Контрольная работа № 9

### Показательные уравнения и неравенства.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

### 1 вариант

#### Часть А

A1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения  $2^x = 8$

- 1) (0;1);      2) (1;2);      3) (2; 3];      4) (3;4).

A2. Решите неравенство  $5^{x^2+x} > -1$

- 1)  $x \in R$ ;      2) решений нет;      3) (-1;0);      4)  $(-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$ .

A3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{128}$

- 1)  $(-\infty;7]$ ;      2)  $[7;+\infty)$ ;      3)  $[-7;+\infty)$ ;      4)  $(-\infty;-7]$ .

A4. Решите уравнение  $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$

- 1) -1;      2) 7;      3) 1;      4) 35.

#### Часть В.

B1. Укажите наибольшее целое решение неравенства  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \geq 16$ .

B2. Найдите корни уравнения  $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ . Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

#### Часть С.

C. Найдите все целые решения неравенства  $1 \leq 7^{x-3} < 49$ .

### 2 вариант

#### Часть А.



A1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения  $3^x = 9$   
 1)  $(0;1)$ ;            2)  $(1;2)$ ;            3)  $[2;3)$ ;            4)  $(3;4)$ .

A2. Решите неравенство  $0,2^x < -0,04$   
 1)  $x \in R$ ;            2) решений нет;            3)  $(-1;0)$ ;            4)  $(-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$ .

A3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{243}$   
 1)  $(-\infty;5]$ ;            2)  $(-\infty;81]$ ;            3)  $[5;+\infty)$ ;            4)  $[-5;+\infty)$ .

A4. Решите уравнение  $2^{x+4} - 2^x = 120$   
 1) 0;            2) 3;            3) 12;            4) -3.

### Часть В.

B1. Укажите наибольшее целое решение неравенства  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \geq 27$ .

B2. Решите уравнения  $5^{2x} + 5^x = 2$ . Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

### Часть С.

C1. Найдите все целые решения неравенства  $\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$ .

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B1 – B2	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	$x = 3; 3) (2; 3];$	$x = 2; 3) [2; 3);$
A2	1) $x \in R;$	2) решений нет;
A3	$x \geq 7; 2) [7; +\infty);$	$x \geq 5; 3) [5; +\infty);$
A4	1) $x = -1;$	2) $x = 3;$
B1	$x \leq -1$ , наибольшее целое решение $x = -1$ .	$x \leq -1$ , наибольшее целое решение $x = -1$ .
B2	$x_1 = 0; x_2 = 1; 0 \cdot 1 = 0$	$x = 0;$
C	$3 \leq x < 5; x = 3; 4.$	$2 \leq x < 5; x = 2; 3; 4.$

## Контрольная работа № 10

### Логарифмические уравнения и неравенства.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

#### 1 вариант

A1. Упростить выражение и найти  $x$ :  $\lg x = \lg 8 + 2 \lg 5 - \lg 10 - \lg 2$

1) 10; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

A2. Найдите корень уравнения  $\log_2(3x + 1) = 3$

1) 11; 2) 1; 3) -10; 4)  $\frac{7}{3}$ .

A3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\log_4(4 - x) + \log_4 2 = 1$$

1) (-3; -1); 2) (0; 2); 3) [2; 3]; 4) [4; 8].

A4. Найдите сумму корней уравнения  $\log_3 x^2 = \log_3(9x - 20)$

1) -13; 2) -5; 3) 5; 4) 9.

A5. Решите неравенство  $\log_3(4 - 2x) \geq 1$

1)  $(-\infty; 0,5]$ ; 2)  $(-\infty; 2]$ ; 3)  $[2; +\infty)$ ; 4)  $[0,5; +\infty)$ .

B1. Решите неравенство  $\log_\pi(3x + 2) \geq \log_\pi(x - 1)$

1)  $(1; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; -\frac{2}{3}]$ ; 3)  $[-1,5; -\frac{2}{3}]$ ; 4) решений нет.

B2. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{9}}(6 - 3x) > -1$

1)  $(-10; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; -10)$ ; 3)  $(-1; 2)$ ; 4)  $(-0,1; 20)$ .

C. Найдите число целых отрицательных решений неравенства

$$\lg(x + 5) \leq 2 - \lg 2$$

- 1) 5; 2) 4; 3) 10; 4) ни одного.

## 2 вариант

A1. Упростить выражение и найти  $x$ :  $\lg x = \lg 12 - \lg 3 + 2\lg 7 - \lg 14$

- 1) 14; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

A2. Найдите корень уравнения  $\log_5(2x - 4) = 2$

- 1) 11; 2) 14,5; 3) -10; 4)  $\frac{7}{3}$ .

A3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\log_{0,4}(5 - 2x) - \log_{0,4} 2 = 1$$

- 1)  $(-\infty; -2)$ ; 2)  $[-2; 1]$ ; 3)  $[1; 2]$ ; 4)  $(2; +\infty)$ .

A4. Найдите сумму корней уравнения  $\lg(4x - 3) = 2 \lg x$

- 1) -2; 2) 4; 3) -4; 4) 2.

A5. Решите неравенство  $\log_8(5 - 2x) > 1$

- 1)  $(-\infty; -1,5)$ ; 2)  $(-10; 2,5)$ ; 3)  $(2,5; +\infty)$ ; 4)  $(-10; +\infty)$ .

B1. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}}(4x - 2) < \log_{\frac{1}{3}}(3x + 1)$

- 1)  $(3; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; -\frac{2}{3}]$ ; 3)  $[-1,5; -\frac{2}{3}]$ ; 4) решений нет.

B2. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}}(1 - 1,4x) < -1$ .

- 1)  $(0,5; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; -\frac{10}{7})$ ; 3)  $(1,4; 2)$ ; 4)  $(0,5; 7)$ .

C. Найдите число целых решений неравенства  $\log_5(x - 2) \leq 1$

- 1) 5; 2) 4; 3) бесконечно много; 4) ни одного.

## Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
B1 – B2	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 12 баллов

## Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	12 - 11
« 4 » (хорошо)	10 - 9

« 3 » (удовлетворительно)	8 - 7
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 7

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) 10	1) 14
A2	4) $\frac{7}{3}$	2) 14,5
A3	$x = 2; [2;3]$ (3)	$x = 2,1; (2; +\infty)$ (4)
A4	$x_1 = 4; x_2 = 5; 4 + 5 = 9;$ (4)	$x_1 = 1; x_2 = 3; 1 + 3 = 4;$ (2)
A5	$x \in (-\infty; 0,5]$ (1)	$x \in (-\infty; -1,5)$ (1)
B1	$x \in (1; +\infty)$ (1)	$x \in (3; +\infty)$ (1)
B2	$x \in (-1; 2)$ (3)	$x \in (-\infty; -\frac{10}{7})$ (2)
C1	$x \in (-5; 45], x = -4; -3; -2; -1.$ (2)	$x \in (2; 7], x = -3; 4; 5; 6; 7.$ (1)

### Контрольная работа № 12

#### Комбинаторика, статистика и теория вероятностей.

**Цель:** проверка знаний и практических умений обучающихся.

**Время на выполнение работы** 40 минут.

#### 1 вариант

#### Уровень А.

**A1.** Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

- 1) завтра будет хорошая погода;
- 2) в январе в городе пойдет снег;
- 3) в 12 часов в городе идет дождь, а через 24 часа будет светить солнце;
- 4) на день рождения вам подарят говорящего крокодила;
- 5) круглая отличница получит двойку;
- 6) камень, брошенный в воду утонет.

**A2.** Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 5, 6, 11, 11, – 1.

**A3.** Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 3 или делится на 2? Определите вид события.

- а) сложение событий; б) произведение событий.

**A4.** Вычислите  $C_6^4 \cdot C_5^3 - C_5^3 \cdot C_4^2$ .

**A5.** На стол бросают два игральных тетраэдра (серый и белый), на гранях каждого из которых точками обозначены числа от 1 до 4. Сколько различных пар чисел может появиться на гранях этих тетраэдров, соприкасающихся с поверхностью стола?

**A6.** Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа.

Вычислите вероятности следующих событий:

- а) одно из выбранных чисел – двойка; б) оба числа нечетные.

## Уровень В.

**В7.** В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?

**В8.** На каждой карточке написана одна из букв к, л, м, н, о, п. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «клоп»?

## Уровень С.

**С9.** Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 11 дает в остатке 10.

## 2 вариант

## Уровень А.

**А1.** Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

- 1) вы выходите на улицу, а навстречу идет слон;
- 2) вас пригласят лететь на Луну;
- 3) черепаха научится говорить;
- 4) выпадет желтый снег;
- 5) вы не выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее;
- 6) после четверга будет пятница.

**А2.** Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 15, 4, 12, – 3, 15.

**А3.** Какова вероятность того, что первое из задуманных двузначных чисел делится на 2, а второе – делится на 5? Определите вид события.

- а) сложение б) произведение событий.

событий;

**А4.** Вычислите  $A_6^4 \cdot A_5^3$ .

**А5.** Из коробки, содержащей 8 мелков различных цветов, Гена и Таня берут по одному мелку. Сколько существует различных вариантов такого выбора двух мелков?

**А6.** Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа.

Вычислите вероятности

следующих событий:

- а) одно из выбранных чисел – единица; б) оба числа четные.

## Уровень В.

**В7.** В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них белые, а 3 черные?

**В8.** На каждой карточке написана одна из букв р, с, т, у, л, х. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «стул»?

### Уровень С.

**С9.** Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 13 дает в остатке 5.

### Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B7,B8,C9	9	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **15 баллов**

### Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

### Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) случ; 2) достов; 3) случ; 4)невозм; 5) случ; 6) достов.	1) невоз; 2) случ; 3) невоз; 4) случ; 5) невоз; 6) достов.
A2	мода равна 11; размах 12; ср. ариф. 6,4;	мода равна 15; размах 18; ср. ариф. 8,6;
A3	а	б
A4	90	21600
A5	16	56
A6	а) 0,2; б) $\frac{2}{9}$	а) 0,2; б) $\frac{2}{9}$
B7	$\frac{18}{35}$	$\frac{5}{21}$
B8	$\frac{1}{360}$	$\frac{1}{720}$
C9	0,1	$\frac{7}{90}$

### Приложение 3. Итоговый контроль (промежуточная аттестация)

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № ____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
---	---	--

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Корни натуральной степени из числа и их свойства.
2. Перпендикуляр и наклонная.
3. Событие, вероятность события.
4. Примеры:

1) Решить уравнения

$$\lg x = 2.$$

$$3^x = 81$$

$$\sqrt{x^4 + 19} = 10$$

2) Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 7}{x^2 + x + 8}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 7x}{x^4 + 8}.$$

5. Задача: Полуцилиндрический свод подвала имеет 6 м в длину к 5,8 м в диаметре. Найдите полную поверхность подвала.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2**

1. Степени с рациональными показателями, их свойства.
2. Параллелепипед. Куб.
3. Понятие о пределе последовательности.
4. Примеры:

1) Упростите выражение

$$\cos^2 x - 6 + \sin^2 x$$

$$a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$$

2) Найти производную

$$f(x) = x^5 + 4x$$

$$f(x) = x^6 + \sin x$$

5. Задача: Цилиндрическая дымовая труба с диаметром 65 см имеет высоту 18 м. сколько жести нужно для ее изготовления, если на заклепки уходит 10 % материала.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева



Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3**

1. Логарифм и его свойства
2. Двугранный угол.
3. Понятие о производной функции, её геометрический смысл.
4. Примеры:

1) Найти значение производной функции

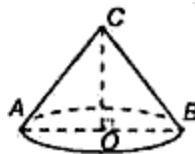
$$f'(x) \text{ при } x = 0 \quad f(x) = x^3 + x - 1$$

2) Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x + 5}{x^2 - 25}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^3 - 8}$$

5. Задача: Конусообразная палатка высотой 3,5 м и диаметром основания 4 м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?



Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4**

1. Радианная мера угла
2. Раскрытие неопределенностей  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .
3. Цилиндр.
4. Примеры:  
1) Вычислите

$$\int_0^1 (x^2 - x) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 8 \sin x dx$$

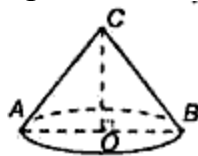
$$\log_{12} 4 + \log_{12} 36$$

- 2) Упростите выражение

$$\cos^4 x - \sin^4 x$$

$$\left(a^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{5}}$$

5. Задача: Крыша башни имеет форму конуса. Высота крыши 2 м, диаметр башни 6 м. Найдите поверхность крыши.



Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5**

1. Основные тригонометрические тождества
2. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос
3. Понятие о производной функции
4. Примеры:

1) Необходимо выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся книг. Сколькими способами можно это сделать?

2) Найти значение производной функции

$$f'(x) \text{ при } x = 1 \quad f(x) = 3x^4 + 2x$$

5. Задача: Имеется кусок свинца массой 1 кг. Сколько шариков диаметрами 1 см можно отлить из куска (плотность свинца  $11,4 \text{ г/см}^3$ )?

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6**

1. Геометрический смысл производной функции
2. Геометрические преобразования пространства: симметрия относительно плоскости
3. Шар и сфера, их сечения.
4. Примеры:
  - 1) Из 30 участников собрание надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
  - 2) Найти производную  
 $f(x) = x^2(x^2 - 2)$   
 $f(x) = x^5 + 4x + \operatorname{tg}x$   
 $f(x) = x \cos x$
5. Задача: Три латунных куба с ребрами 3 см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Какое ребро у этого куба?

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7**

1. Физический смысл производной функции
2. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа
3. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда
4. Примеры:
  - 1) Сколько шестизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 7, 8?
  - 2) Решите уравнения  
 $\log_{1,3}(5 + 2x) = 1$   
 $3^{6-x} = 3^{3x-2}$
5. Задача: Чугунная труба имеет квадратное сечение, ее внешняя ширина 25 см, толщина стенок 3 см. Какова масса погонного метра трубы (плотность чугуна  $7,3 \text{ г/см}^3$ )?

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8**

1. Функции. Область определения и множество значений; график функции.
2. Производные суммы, разности, произведения, частного.
3. Формулы объема цилиндра
4. Примеры:
  - 1) Сколькими способами 8 человек могут встать в очередь в театральную кассу?
  - 2) Вычислить: 1)  $0,5\sqrt{81}$ ; 2)  $-2,5\sqrt{36}$ ;
5. Задача: Радиус основания цилиндра 2 м, а высота 3 м. Найдите диагональ осевого сечения.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9**

1. Исследование функции по схеме.
2. Производные основных элементарных функций.
3. Формулы объема куба.
4. Примеры:
  - 1) Вычислить  
 $\sqrt{20};$     2)  $\sqrt{27};$     3)  $\sqrt{96};$
  - 2) Решить уравнения  
 $\sqrt{3^x} = 9$   
 $\log_{\pi}(x^2 + 2x + 3) = \log_{\pi} 6$
5. Задача: Радиус основания конуса 3 м, высота 4 м. Найдите образующую  $l$ .

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10**

1. Действия над векторами в пространстве
2. Производные основных элементарных функций.
3. Параллелепипед. Куб.
4. Примеры:

1) Упростить:

$$(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1)$$

$$(\sin^2 x + tx^2 x \sin^2 x) \operatorname{ctg} x$$

2) Найти значение выражения

$$\sqrt[4]{16 \cdot 625}$$

$$\sqrt[3]{8 \cdot 343}$$

$$\left( \frac{27^3}{125^6} \right)^{\frac{2}{9}}$$

5. Задача: Образующая конуса  $l$  наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева



Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « _____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « _____ » _____ 2024 г.
---	---	---

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11**

1. Перпендикуляр и наклонная.
2. Понятие о пределе последовательности.
3. Логарифм и его свойства.
4. Примеры

1) Вычислите

$$5^{-4} * 5^6;$$

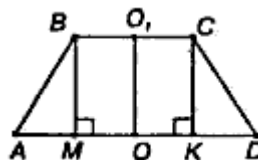
$$3) 7^{10} : 7^{12};$$

$$5) (3^{-4})^{-1};$$

2) Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой  $x_0$

$$f(x) = 2x - x^2, x_0 = 1$$

5. Задача: Радиусы оснований усеченного конуса 3 м и 6 м, высота 4 м. Найдите образующую.



Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

1. Корни натуральной степени из числа и их свойства
2. Производные суммы, разности, произведения, частного.
3. Аксиомы стереометрии
4. Примеры:
  - 1) Вычислите  
 $4^4 * 4^{-3}; \quad 65^{-3} : 65^{-3}; \quad (8^2)^{-2} * 8^3$
  - 2) В группе 30 студентов. Необходимо выбрать старосту, заместителя старосты и профорга. Сколько существует способов это сделать?
5. Задача: Найдите поверхность прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 10 см, 22 см, 16 см.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13**

1. Пирамида. Правильная пирамида.
2. Показательная функция, свойства и график.
3. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа
4. Примеры:
  - 1) Вычислить:  
 $81 * 3^{-4}$ ;                      2)  $9^{-6} * 9^5$ ;                      3)  $(3^{-1})^5 * 27^2$ ;
- 2) Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?
5. Задача: В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 7 дм и 24 дм, а высота параллелепипеда 8 дм. Найдите площадь диагонального сечения.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « _____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « _____ » _____ 2024 г.
---	---	---

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14**

1. Шар и сфера, их сечения
2. Основные понятия комбинаторики
3. Действия над векторами в пространстве
4. Примеры

1) Вычислить:

$$6^0 : 6^{-3}$$

$$5) 9^{-2} : 3^{-6};$$

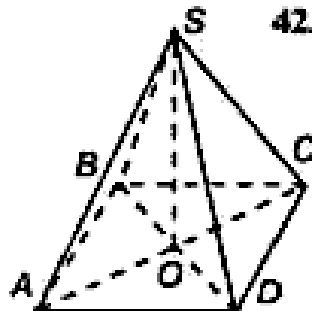
$$6) 125^{-4} : 25^{-5}$$

2) Вычислите

$$\int_0^1 (x^3 + x) dx$$

$$\int_1^2 4x^3 dx$$

5. Задача: Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое пирамиды равно 13 см. Вычислите высоту пирамиды.



Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15**

1. Формулы объема цилиндра
2. Степени с рациональными показателями, их свойства.
3. Основные тригонометрические тождества
4. Примеры:

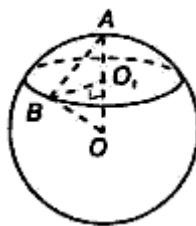
- 1) Решите уравнение

$$\sin^2 x = \cos x - \cos^2 x$$

- 2) Найти производную

$$f'(x) \text{ при } x = 0 \quad f(x) = x^3 + x - 1$$

5. Задача: Диаметр шара 25 см. на его поверхности даны точка А и окружность, все точки, которой удалены (по прямой) от А на 15 см. Найдите радиус этой окружности.



Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16**

1. Формулы объема цилиндра, конуса

2. Исследование функции по схеме.

3. Раскрытие неопределенностей 0/0

4. Примеры:

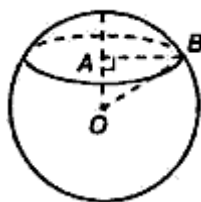
1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^3-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+6x+5}{x^2-25}$$

2) В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

5. Задача: Шар, радиус которого 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.



Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17**

1. Формулы объема шара
2. Раскрытие неопределенностей  $\infty/\infty$ .
3. Параллельный перенос
4. Примеры:
  - 1) Решите графически  
 $3^x = 4 - x$
  - 2) На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест
5. Задача:  
Дано: т. А (1; 2; -3), т. О (0; 0; 0). АО — ?

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18**

1. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда
2. Радианная мера угла.
3. Логарифмическая функция, свойства и график
4. Примеры:
  - 1) Вычислите  
 $8^{\sqrt{2}} \div 2^{3\sqrt{2}}$   
 $\int_{-1}^2 4^x dx$   
 $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$
  - 2) Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?
5. Задача

**Дано:  $C(x; 0; 0)$ ,  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-2; 1; 3)$ ,  $CA = CB$ .**

**Найти:  $x$  — ?**

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева



Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19

1. Формулы объема призмы
2. Физический смысл производной
3. Событие, вероятность события
4. Примеры:

1) Напишите первые пять членов последовательности.

$$a_n = 2^{n+1} / 2^n$$

2) Решите уравнение

$$\log_2 x = \log_2 9 + \log_2 5$$

$$\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$$

5. Задача:

**Дано:** четырехугольник  $ABCD$ ;

$A(0; 2; -3)$ ,  $B(-1; 1; 1)$ ;  $C(2; -2; -1)$ ,  $D(3; -1; -5)$ ;

**Доказать:**  $ABCD$  — параллелограмм.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20**

1. Формулы объема пирамиды, усеченной пирамиды
2. Геометрический смысл производной
3. Степенная функция, свойства и график.
4. Примеры:

- 1) Решить уравнения

$$4^{6-x} = 4^{3x-2}$$

$$\sqrt[3]{x-9} = -3$$

- 2) В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

5. Задача:

**Дано:** 1)  $A(6; 7; 8)$ ,  $B(8; 2; 6)$ ,  $C(4; 3; 2)$ ,  $D(2; 8; 4)$ ;

**Доказать:**  $ABCD$  — ромб.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 21

1. Формулы объема пирамиды, усеченной пирамиды
2. Геометрический смысл производной
3. Степенная функция, свойства и график.
4. Примеры:

3) Решить уравнения

$$4^{6-x} = 4^{3x-2}$$

$$\sqrt[3]{x-9} = -3$$

4) В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

5. Задача:

**Дано:** 1)  $A(6; 7; 8)$ ,  $B(8; 2; 6)$ ,  $C(4; 3; 2)$ ,  $D(2; 8; 4)$ ;

**Доказать:**  $ABCD$  — ромб.

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № ____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
---	---	--

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 22

1. Векторы в пространстве.
2. Основные тригонометрические тождества.
3. Раскрытие неопределенностей  $0/0$ .
4. Примеры:

1) Решить уравнение  
 $3(x-2)-5=4-(5x-1)$

2) Исследуйте функцию и постройте график  
 $f(x)=3x^{-1}$

5. Задача:

**Дано:**  $A (-2; 3; 5)$ ,  $B (1; 2; 4)$ ,  $C (4; -3; 6)$ ,  $D (7; -2; 5)$ ;

**Существует ли параллельный перенос:  $A \rightarrow B$  и  $C \rightarrow D$  — ?**

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № _____ от « ____ » _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова « ____ » _____ 2024 г.
--	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23**

**Билет №23**

1. Площади поверхностей тел вращения.
2. Логарифм и его свойства
3. Радианная мера угла.
4. Примеры:

1) Решить уравнения

$$4^x = 64.$$

$$\log_5 x + \log_5 x = \log_5 16$$

2) Исследуйте функцию и постройте график

$$f(x) = x^2 + 2$$

5. Задача:

**Дано:  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(-1; 0; 1)$ ,  $C(3; -2; 2)$ ,  $D(2; -3; 1)$ ;**

**Существует ли параллельный перенос:  $A \rightarrow B$  и  $C \rightarrow D$ —?**

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

Министерство образования и науки Республики Татарстан  
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Лениногорский политехнический колледж»

Рассмотрено ПЦК Протокол № __ от «__» _____ 2024 г. Председатель ПЦК _____ Юсупова Г.М.	Дисциплина: ОУД.13 Математика Специальность: 15.01.37 Слесарь- наладчик контрольно- измерительных приборов и автоматики	УТВЕРЖДАЮ Зам. директора по НМР _____ Н.Б. Щербакова «__» _____ 2024 г.
---	---	--

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 24**

1. Конус. Усеченный конус.
2. Корни натуральной степени из числа и их свойства.
3. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа
4. Примеры:

- 1) Вычислите

$$\int_1^2 3x^2 dx \quad \int_0^{\pi} \cos x dx \quad \int_1^2 (4x^3 + 1) dx$$

- 2) Перевести из градусной меры в радианную  
 $45^{\circ}, 60^{\circ}, 36^{\circ}$

5. Задача

**Дано:  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(0; 0; 0)$ ,  $C(-2; 2; 1)$ ,  $D(1; 1; 1)$ .**

**Существует ли параллельный перенос:  $A \rightarrow B$  и  $C \rightarrow D$  —?**

Составил преподаватель \_\_\_\_\_ Ф.Р. Валеева

## Лист согласования

### Дополнения и изменения к комплекту КОС на учебный год

Дополнения и изменения к комплекту КОС на \_\_\_\_\_ учебный год по дисциплине

---

В комплект КОС внесены следующие изменения:

---

---

---

---

Дополнения и изменения в комплекте КОС обсуждены на заседании ПЦК

---

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г. (протокол № \_\_\_\_\_).

Председатель ПЦК \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Рассмотрена на заседании ПЦК  
общеобразовательных дисциплин  
Протокол № 4 от 10 апреля 2024 г.  
Председатель \_\_\_\_\_ Юсупова Г.М.

*Утверждаю*  
Заместитель директора по НМР  
\_\_\_\_\_ Н.Б.Щербакова  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024 г.

Комплект контрольно-оценочных средств учебной дисциплины разработан на основе Примерной программы дисциплины Математика для профессиональных образовательных организаций, рекомендованной Министерством просвещения РФ ФГБОУ ДПО Институт развития профессионального образования (ИРПО) для реализации образовательной программы СПО на базе основного общего образования в соответствии с ФГОС СОО по специальности среднего профессионального образования 13.02.13 Эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям).

Разработчик: Валеева Флюра Раилевна, преподаватель математики ГАПОУ «Лениногорский политехнический колледж»



